

I Esonero di Metodi Matematici per l'Ottica del 10 - 5 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

TESTO 1

Esercizio 1

Determinare e disegnare l' insieme di definizione della funzione:

$$f(x, y) = \frac{\log(y - 2x^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}$$

Esercizio 2

Determinare il gradiente e la derivata direzionale della seguente funzione nella direzione indicata e nel punto indicato

$$g(x, y) = e^{x(x+y)}, \quad \mathbf{v} = (0, -1), \quad P = (2, 1)$$

Esercizio 3

Determinare massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = x^3 - 3x + xy^2$$

Esercizio 4

Studiare il carattere delle serie numeriche:

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n^2 + 1)}}, \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^{n-1}}{n!}, \quad a \geq 0$$

Esercizio 5

Calcolare

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-2n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 - 2^n}{4^n}$$

Esercizio 6

Sviluppare in serie di Taylor attorno al punto $x = 0$ la funzione

$$f(x) = \log \sqrt{1+x}$$

Esercizio 7

Sviluppare in serie di Fourier in $[-\pi, \pi]$ la funzione periodica

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{per } x \in (-\pi, 0) \\ 2x & \text{per } x \in [0, \pi) \end{cases}$$

I Esonero di Metodi Matematici per l'Ottica del 10 - 5 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

TESTO 2

Esercizio 1

Determinare e disegnare l' insieme di definizione della funzione:

$$f(x, y) = \frac{\log(y - e^x)}{\sqrt{4 - (x^2 + y^2)}}$$

Esercizio 2

Determinare il gradiente e la derivata direzionale della seguente funzione nella direzione indicata e nel punto indicato

$$g(x, y) = \log(1 + x^2 + y^2), \quad \mathbf{v} = (0, 1), \quad P = (1, 1)$$

Esercizio 3

Determinare massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = (x^2 - 1)(y^2 - 1)$$

Esercizio 4

Studiare il carattere delle serie numeriche:

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}}, \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^{n+1}}{(n-1)!}, \quad a \geq 0$$

Esercizio 5

Calcolare

$$\sum_{n=0}^{\infty} a^n, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 + 2^n}{5^n}$$

Esercizio 6

Sviluppare in serie di Taylor attorno al punto $x = 0$ la funzione

$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$$

Esercizio 7

Sviluppare in serie di Fourier in $[-\pi, \pi]$ la funzione periodica

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{per } x \in (-\pi, 0) \\ -3x & \text{per } x \in [0, \pi) \end{cases}$$