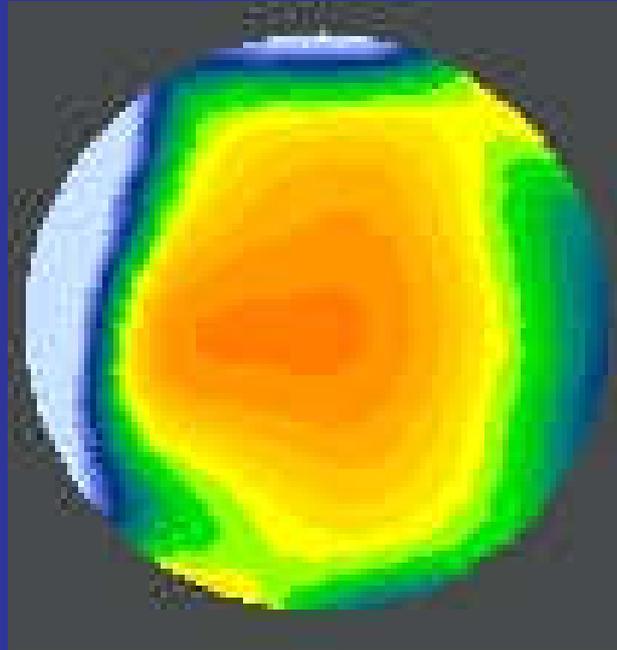
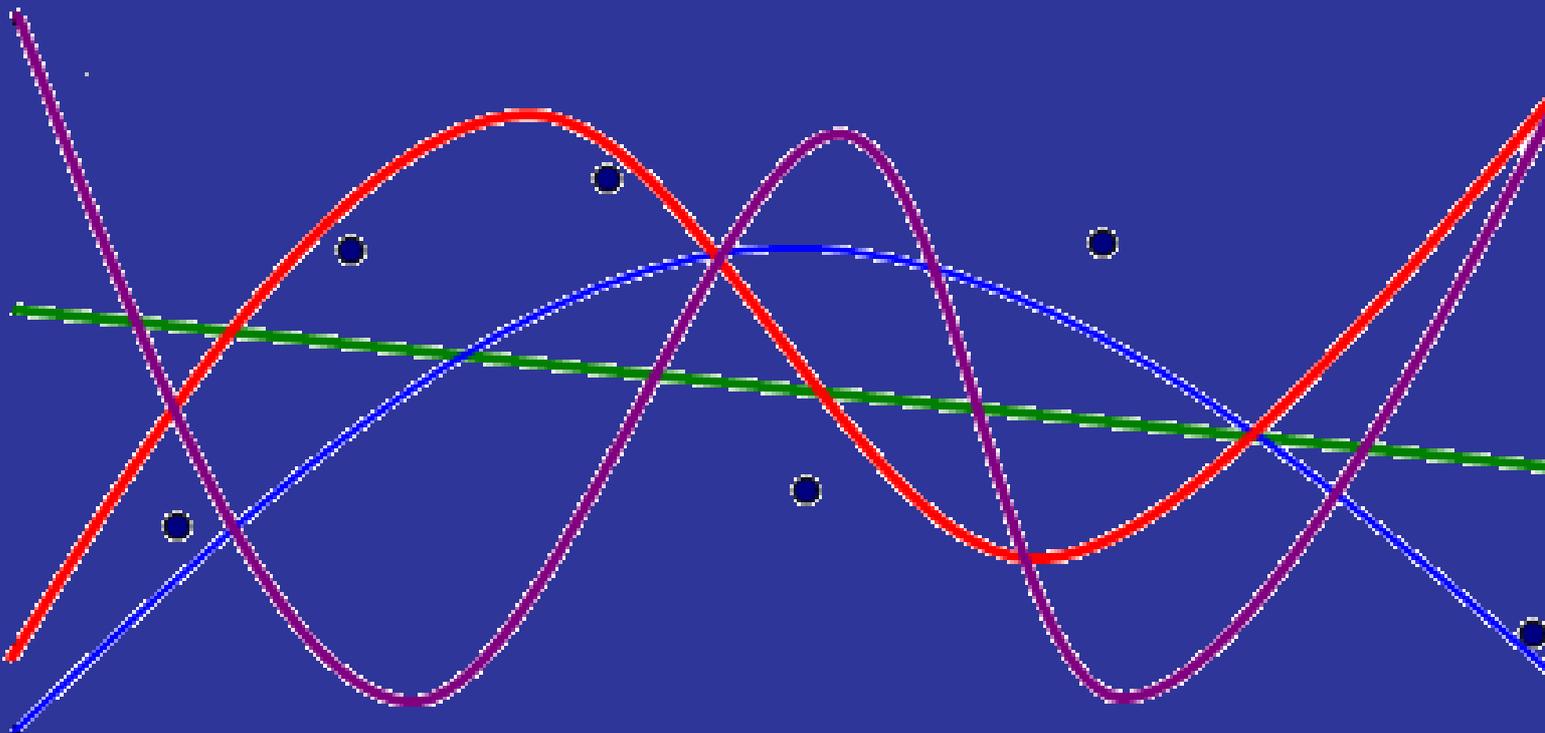


ROBERTO CARNEVALI



LE ABERRAZIONI OTTICHE



ROBERTO CARNEVALI

LE ABERRAZIONI OTTICHE

Indice

La caustica -----	4
Il defocus -----	4
L'astigmatismo -----	5
L'aberrazione sferica -----	6
L'aberrazione di coma -----	12
Trifoglio, Quadrifoglio, Pentafoglio, Esafoglio... -----	13
Il fronte d'onda -----	14
L'obiettivo perfetto -----	14
Gli aberrometri -----	15
Il defocus -----	17
L'astigmatismo -----	19
L'aberrazione sferica -----	23
Il tilting -----	25
L'aberrazione di coma -----	25
Il quadrifoglio -----	28
Il trifoglio -----	30
La topoaberrometria -----	31
I polinomi di Zernike -----	34
Le aberrazioni -----	37
La piramide di Zernike -----	42
Qualche considerazione sulle rappresentazioni in scala di colori -----	43
La rappresentazione e la misura delle aberrazioni -----	45
La Root Mean Square (RMS) -----	50
Il Defocus Equivalente -----	51
La Point Spread Function -----	51
La Modulation Transfer Function (MTF) -----	53
La superficie di riferimento -----	55
Ancora qualche puntualizzazione -----	56
Una tecnica con tante virtù e qualche limite -----	58
Per saperne di più -----	60
Bibliografia -----	61

Le aberrazioni ottiche

Anche se non se ne rendono conto, gli oftalmologi sono le persone più adatte a comprendere le aberrazioni ottiche; quotidianamente si confrontano con queste e sono diventati molto bravi a gestirle, valutarne gli effetti sulla visione, calcolare quali di queste sono più o meno importanti e sono anche in grado di correggerle con lenti e adesso anche chirurgicamente. Tutto questo con alcune grosse limitazioni. Le loro esperienze si limitano alla valutazione di due sole aberrazioni: il defocus e l'astigmatismo. Finora infatti queste sono state le uniche su cui era possibile intervenire, con lenti sferiche o cilindriche, e in questo campo gli oftalmologi hanno sviluppato una notevole esperienza. La nascita della chirurgia refrattiva però ha aperto la possibilità di intervenire anche sulle altre aberrazioni: sferica, coma, trifoglio ecc. con le quali in passato non c'è mai stata la possibilità di misurarsi. La classica valutazione in defocus ed astigmatismo non è quindi più sufficiente, ma l'ottica del sistema oculare deve essere esaminata in modo più approfondito, per cui si è avviato uno studio sulle aberrazioni. I classici strumenti utilizzati per lo studio dell'ottica, dallo specchietto da schiascopia agli autorefrattometri, non sono predisposti per lo studio delle altre aberrazioni ed è stato necessario inventare strumenti più sofisticati come gli aberrometri. Purtroppo questi lavorano valutando la dispersione del fuoco e, utilizzando i polinomi di Zernike, ricostruiscono il "fronte d'onda" e lo scompongono ricavando quello determinato da ogni singola aberrazione.

Questo linguaggio non è consono agli oftalmologi, che sono invece abituati a partire dalla forma dell'ottica, ricostruire il cammino dei raggi luminosi e valutare gli effetti che questo può avere sulla visione. Oftalmologi e aberrometri parlano quindi due linguaggi differenti e questo fa insorgere equivoci ed incomprensioni. Tuttavia il discorso è semplice e gli oftalmologi sono proprio le persone più adatte a comprenderlo.

La caustica

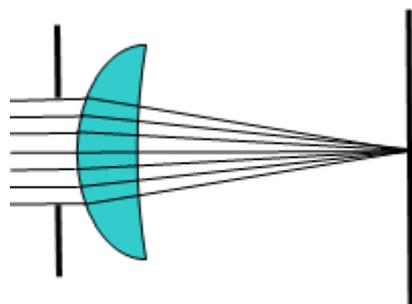


Figura 1

focalizzano in un punto, ma si disperdono in uno spazio tridimensionale che può essere ricondotto ad una

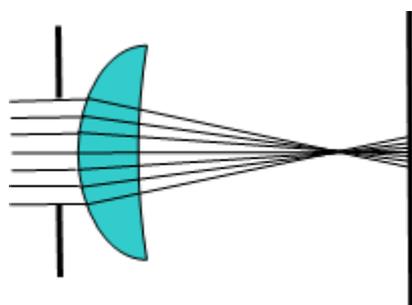


Figura 2

sull'asse ottico e la caustica è quindi sempre rappresentata da un punto situato sullo stesso asse, solo che non si trova sullo schermo. Gli oftalmologi conoscono molto bene questa aberrazione applicata all'occhio e la definiscono miopia, quando i raggi luminosi focalizzano prima della retina ed ipermetropia quando focalizzano dopo. Viene fatta anche una quantificazione del difetto, che viene misurato in diottrie sferiche, negative nel caso della miopia e positive in quello dell'ipermetropia. Queste ci danno una misura dell'entità dell'aberrazione e una indicazione di come correggerlo con lenti. Gli oftalmologi sanno anche fare una valutazione sugli effetti di questa aberrazione sull'acutezza visiva, considerando anche l'età del soggetto,

Un sistema ottico, nella sua forma più semplice, è rappresentato da un diaframma, una lente convergente e uno schermo. Il diaframma lascia passare un fascio di raggi luminosi, che in questo caso per semplicità consideriamo paralleli, mentre la lente convergente li focalizza in un punto situato sullo schermo. Perché il sistema ottico sia perfetto si devono verificare due condizioni: il fuoco dei raggi luminosi deve essere localizzato in un punto e questo deve cadere esattamente sullo schermo. La prima condizione si verifica se l'obiettivo, in questo caso la lente, è esente da aberrazioni, mentre la seconda richiede che abbia la giusta potenza, in modo da focalizzare esattamente sullo schermo. Se una o entrambe di queste condizioni non sono rispettate avremo un sistema ottico aberrato. Se l'obiettivo è affetto da aberrazioni si verifica una dispersione del fuoco, in altre parole i raggi luminosi non focalizzano in un punto, ma si disperdono in uno spazio tridimensionale che può essere ricondotto ad una forma solida e quindi con punti di focalizzazione anche al di fuori dell'asse ottico. Questo spazio tridimensionale in cui si disperde la focalizzazione dei raggi luminosi prende il nome di caustica e quella con cui gli oftalmologi hanno una maggiore dimestichezza è la conoide di Sturm, che si verifica nel caso di un astigmatismo. Avremo modo di parlarne diffusamente in seguito. La caustica di un sistema non aberrato corrisponde invece ad un punto situato sull'asse ottico.

Il defocus

Questa è la forma più semplice di aberrazione. Si verifica semplicemente quando l'obiettivo non presenta aberrazioni, ma non è della giusta potenza rispetto alla distanza dallo schermo. Di conseguenza i raggi luminosi focalizzano ancora in un punto situato

che ha una notevole importanza per valutare gli effetti dell'ipermetropia.

L'astigmatismo

Questa è una aberrazione ottica piuttosto complessa, con cui tuttavia gli oftalmologi hanno molta dimestichezza, perché ci si devono confrontare quotidianamente. Si verifica quando l'obiettivo ha una sezione torica. Se ci fosse bisogno di rinfrescare un po' le idee su cosa consiste una forma torica possiamo dire che se ruotiamo una circonferenza su se stessa otteniamo una sfera. Se alla circonferenza viene invece fatto eseguire un movimento di rivoluzione attorno ad un asse, quindi lungo un'altra circonferenza (Fig. 3), si ottiene una forma anulare, in pratica una ciambella col buco, che rappresenta appunto il toro. Sezionando una sfera si ottiene una calotta sferica, mentre sezionando la forma torica si ottiene una calotta con la massima curvatura su un meridiano mentre la curvatura minore sarà sul meridiano perpendicolare. I meridiani intermedi avranno una curvatura intermedia. Se i raggi luminosi incidono su questa superficie incontreranno un potere refrattivo diverso a seconda del meridiano di incidenza. Consideriamo un astigmatismo nella sua forma più semplice, secondo regola, dove il meridiano verticale, quello a 90 gradi, è il più rifrangente, mentre il perpendicolare, a 180 gradi è il meno rifrangente. Quelli intermedi avranno un potere intermedio, in particolare il meridiano a 45 gradi avrà un potere compreso tra i primi due. I raggi luminosi che incidono sul meridiano verticale focalizzeranno, non in un punto, ma in un segmento orizzontale, perpendicolare all'asse ottico. Quelli che incidono sul meridiano orizzontale, meno rifrangente, focalizzeranno più indietro, in un segmento verticale, sempre perpendicolare all'asse ottico. I restanti raggi luminosi focalizzeranno in uno spazio attorno all'asse ottico compreso tra questi due segmenti, andando a formare una caustica complessa, che prende il nome di

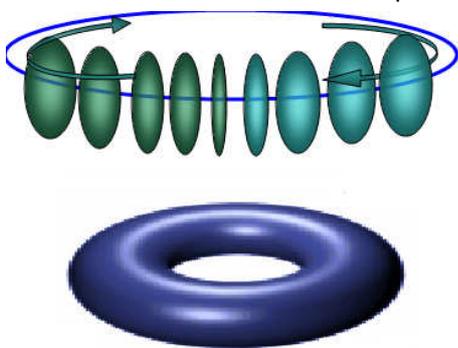
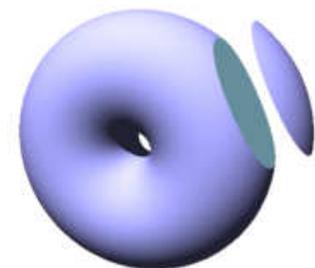


Figura 3



Conoide di Sturm. Non è facile disegnare una caustica di questo genere in maniera comprensibile. Per capire come è fatta si può pensare di prendere un tubo cilindrico e di schiacciarlo orizzontalmente in un punto. Un po' più indietro occorre poi

Figura 4

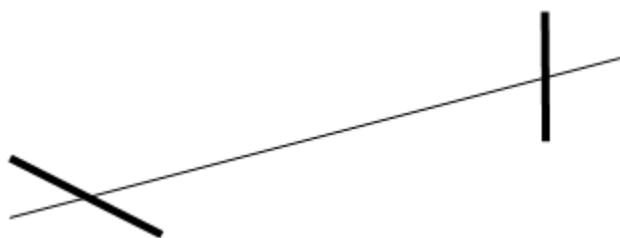


Figura 5

schiacciarlo verticalmente in modo perpendicolare a quello che si è fatto prima. Il tubo si deforma tra le due porzioni schiacciate e la forma che assume richiama quella della conoide di Sturm. Pur con questa complessità gli oftalmologi sanno gestire l'astigmatismo molto bene. Ne viene fatta una quantificazione in diottrie cilindriche, positive e negative, ed è possibile correggerlo con lenti. Questo non basta, infatti per comprendere gli effetti ottici di un astigmatismo occorre anche valutare la posizione che la conoide di Sturm assume rispetto allo



Figura 6

- Misto, la conoide è a cavallo del piano retinico, si corregge con una associazione sferocilindrica o anche con cilindri crociati nel caso della chirurgia refrattiva.

Ma non è finita, gli oftalmologi sono in grado di valutare anche astigmatismi miopici od ipermetropici composti, vale a dire associati a miopia o ad ipermetropia, indicati in rosso nella figura 7. Questo rappresenta un esempio della capacità di valutare contemporaneamente due differenti aberrazioni, defocus e astigmatismo, di quantificarli ed eventualmente di correggerli con lenti.

Come si vede non si tratta di capacità trascurabili. E' vero che oggi tutti hanno in studio un autorefrattometro, ma un buon oftalmologo è in grado, con uno specchietto da schiascopia ed una stecca di lenti, di valutare le aberrazioni di defocus e di astigmatismo di un occhio, quantificarle in diottrie, valutare l'asse dell'astigmatismo, giudicare le conseguenze che possono avere sulla qualità visiva e correggerle con una associazione sferocilindrica. Un buon oftalmologo sa anche prevedere gli effetti di una correzione ottica anche quando questa corregge solo parzialmente una delle due aberrazioni. E' abbastanza frequente nella pratica clinica calcolare un "equivalente sferico" quando si vuole correggere un astigmatismo composto, per esempio associato a miopia, ma non si desidera prescrivere una correzione cilindrica completa, perché risulterebbe poco tollerabile. In questo caso, con un calcolo dell'associazione sferocilindrica, è possibile fare in modo di posizionare la

Figura 7

conoide di Sturm in modo che il piano retinico cada nel punto di minore dispersione dei raggi luminosi. Solo chi ha molta dimestichezza con queste due aberrazioni, maturata in anni di esperienza quotidiana, può permettersi di gestire una correzione di questo genere.

Purtroppo qui finiscono le abilità degli oftalmologi. Non sono stati istruiti per valutare le altre aberrazioni ottiche, che poi sono state presentate solo in termini di fronte d'onda, che tra l'altro ha l'inconveniente di dipendere dalle dimensioni della pupilla. A questo punto però occorre solo riportare lo studio delle aberrazioni in un linguaggio consueto e descriverle nello stesso modo con cui sono stati a suo tempo presentati defocus ed astigmatismo, con gli aspetti della sfocatura delle immagini, della posizione sul piano retinico e delle conseguenze sulla visione.

L'aberrazione sferica

Si tratta di una aberrazione semplice, che tuttavia richiede una esposizione abbastanza dettagliata.

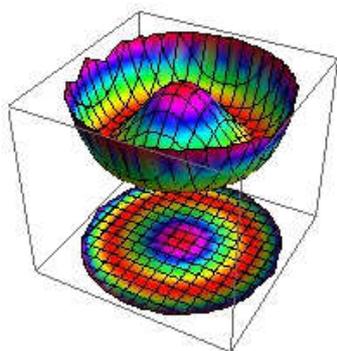


Figura 8

Un raggio luminoso attraversa la superficie di separazione tra due mezzi ad indice di rifrazione differente, il raggio stesso viene deviato. La legge ci dice anche di quanto, perché mette in relazione le ampiezze degli angoli di incidenza e di rifrazione con gli indici di rifrazione dei due mezzi. In

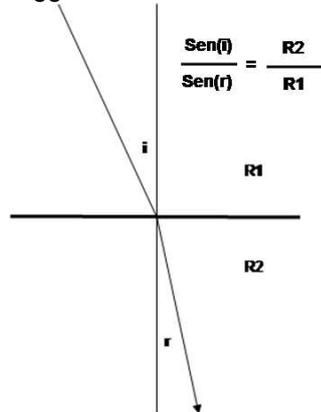


Figura 9

alcune parole, se conosciamo le caratteristiche dei due mezzi e da dove viene un raggio luminoso, possiamo calcolare dove va a finire.

Cosa succede però se un raggio luminoso, anziché incidere su una superficie piana, passa attraverso una superficie curva? In realtà la legge non cambia. Come è espresso nella figura 10, calcoliamo sempre gli angoli di incidenza e di rifrazione con lo stesso metodo, con la differenza che, come superficie di separazione tra i due mezzi, si considera la tangente alla curva in quel punto. Per ogni punto di una linea curva è presente una sola retta tangente e per ogni punto di una superficie curva è presente un solo piano tangente. In questo modo è possibile calcolare, per ogni punto della superficie, gli angoli di incidenza e di rifrazione e quindi determinare il cammino di ogni singolo raggio luminoso. Nel caso di un fascio luminoso si può calcolare il punto focale o l'eventuale caustica nel caso di un sistema aberrato. Non è esattamente la stessa cosa, ma questo lavoro, eseguito punto per punto con riferimento alla tangente, assomiglia un po' a quello che fanno i topografi corneali quando calcolano la mappa istantanea o tangenziale della cornea.

Fin qui si è fatto implicitamente riferimento ad una generica superficie curva, ma a questo punto viene naturale chiedersi cosa succede se un fascio luminoso attraversa una superficie regolare, ad esempio una calotta sferica. Si tratta del diotro sferico e ci piace pensare che i raggi luminosi che lo attraversano

vengano tutti focalizzati in un punto grazie all'assenza di aberrazioni, che caratterizzerebbe appunto il diottrio sferico. In realtà è quello che in sostanza insegna l'ottica geometrica, che fornisce anche una formula per calcolare il potere del diottrio:

$$F = n_2 \cdot R / (n_2 - n_1)$$

dove:

F = distanza focale, quindi potere del diottrio

R = raggio di curvatura del diottrio

n_1 = indice di rifrazione del primo mezzo

n_2 = indice di rifrazione del secondo mezzo

Le leggi dell'ottica però ci dicono anche che questa formula vale solo per curvature modeste e solo se consideriamo i raggi parassiali, cioè quelli molto vicini all'asse ottico.

Nell'occhio, se consideriamo anche solo la cornea, vediamo che ha un potere di oltre 40 diottrie, con un diametro di 11 mm. mentre la pupilla può arrivare a 7 mm. di diametro. Non si tratta propriamente di piccola curvatura e di raggi parassiali. In oculistica quindi queste approssimazioni non sono sufficienti.

La realtà è che il diottrio sferico non è un sistema esente da aberrazioni e i raggi luminosi non focalizzano in un punto. Se si esegue un esame della refrazione punto per punto dei vari raggi luminosi con riferimento alla tangente,

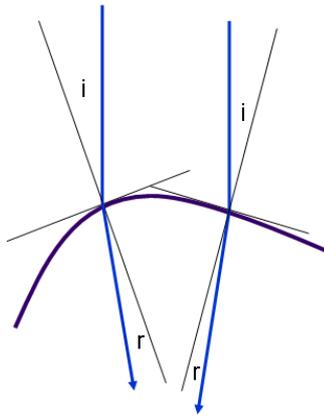


Figura 10

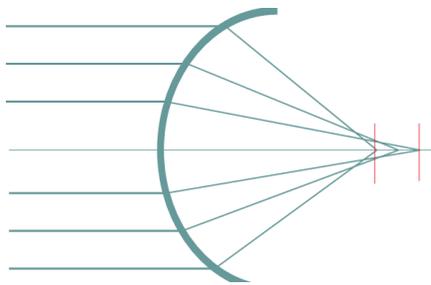


Figura 11

come è stato descritto prima, si può determinare che in realtà i raggi periferici focalizzano prima di quelli parassiali e il fuoco quindi non si forma in un sol punto, ma si disperde in un segmento compreso tra il fuoco periferico e quello centrale. Questa prende il nome di aberrazione sferica, così chiamata perché è propria del diottrio sferico, anche se, come vedremo, non appartiene solo a questo.

Per convenzione l'aberrazione sferica viene definita positiva quando, come nel caso precedente, i raggi periferici focalizzano prima di quelli parassiali, mentre nel caso contrario si parla di aberrazione sferica negativa. Affrontiamo allora il problema da un altro punto di vista. Se il diottrio sferico presenta in realtà una aberrazione sferica positiva, come dovrà essere disegnata una superficie ottica per non avere

aberrazione sferica? Visto che nel caso del diottrio sferico i raggi periferici focalizzano prima di quelli centrali dovremo costruire una superficie il cui potere sia maggiore al centro rispetto alla periferia, vale a dire in cui la curvatura vada diminuendo dal centro alla periferia (Fig. 12).

Per una superficie più curva nella zona centrale rispetto a quella periferica c'è un termine apposito: prolata. In questo modo avremo una superficie ottica esente da aberrazione sferica, in cui tutti i raggi luminosi focalizzano in un solo punto. Ma di quanto deve essere prolata una superficie per rispondere a queste caratteristiche? Purtroppo l'entità della prolatura dipende da diversi fattori, prima di tutto dagli indici di rifrazione dei due mezzi, ma anche dal potere di base del diottrio stesso. Vale a dire che esiste una prolatura ideale per il diottrio di una diottria, una per quello di due diottrie e così via. Come si vede quindi si tratta di una cosa abbastanza complessa da costruire, ma non particolarmente difficile da comprendere. Immaginiamo adesso di costruire una superficie ottica perfetta, prolata al punto giusto in modo da non avere aberrazione sferica e tale quindi che tutti i raggi luminosi focalizzino in un solo punto. E' evidente che qualunque superficie la cui prolatura si discosta da questa avrà una aberrazione sferica. Se infatti la curvatura centrale è eccessiva avremo una superficie troppo prolata e si realizzerà quindi una

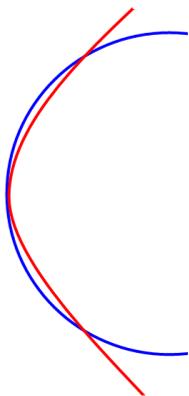


Figura 12

aberrazione sferica negativa, con i raggi parassiali che focalizzano prima di quelli periferici. Un esempio di superficie di questo tipo è la cornea operata di chirurgia refrattiva per ipermetropia, dove viene appunto incurvata la parte centrale. Se invece la superficie è effettivamente prolata, ma non a sufficienza, avremo ancora una residua aberrazione sferica positiva. Potremmo definire una simile curva con il termine di

ipoprolata, cioè non sferica, ma nemmeno prolata abbastanza da annullare l'aberrazione sferica positiva. Se diminuiamo ancora la curvatura centrale arriviamo al diottrio sferico, che, come si è detto, presenta una aberrazione sferica positiva. Riducendo ulteriormente la curvatura centrale arriviamo ad avere una superficie più piatta al centro e più curva in periferia, in cui l'aberrazione sferica positiva sarà ancora più accentuata. In questo caso si parla di superficie oblata ed un esempio di questa è dato dalla cornea operata di chirurgia refrattiva per miopia, dove si crea appunto un appiattimento della curvatura centrale. Come si vede quindi l'aberrazione sferica non è appannaggio solo del diottrio sferico, ma qualunque superficie che si discosti dalla prolatura ideale, determinata dagli indici di rifrazione e dal potere di base, sarà afflitta da una aberrazione sferica positiva o negativa.

Finora, per semplicità si è parlato di diottrio, ma il discorso può essere esteso tranquillamente alle lenti che non sono altro che l'associazione di due diottri, il discorso diventa solamente più complicato, ma la sostanza

non cambia.

Facciamo quindi una considerazione riassuntiva. Una superficie ottica può provocare una aberrazione sferica positiva o negativa. La superficie prolata tende a dare una aberrazione sferica negativa mentre quella obblata positiva. L'assenza di aberrazione non corrisponde però alla superficie sferica, bensì ad una superficie con una certa prolatura, ne consegue che ci sono superfici prolate che tuttavia mantengono ancora una quota di aberrazione sferica positiva.

L'aberrazione sferica può sembrare complessa, in realtà è abbastanza semplice, ma non è mai stata studiata a fondo dagli oftalmologi in quanto non ci sono mai stati i mezzi per valutarla e per correggerla e solo

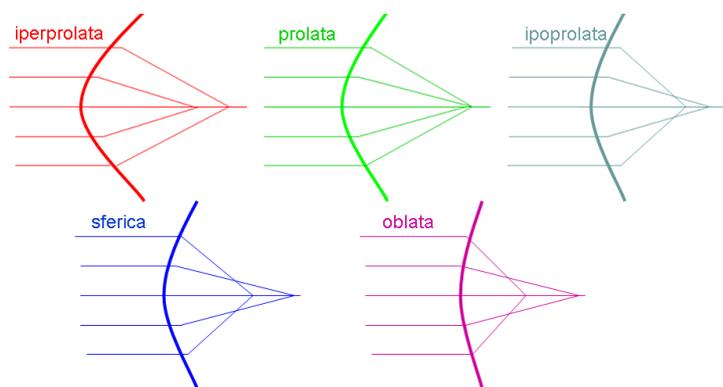


Figura 13

oftalmologi si riappropriassero dello studio delle aberrazioni adattandolo alle proprie esigenze. Facciamo solo attenzione a non confondere le lenti asferiche, per il momento solo intraoculari, che correggono l'aberrazione sferica, con le lenti sferiche, che non hanno nulla a che vedere con l'aberrazione sferica e che

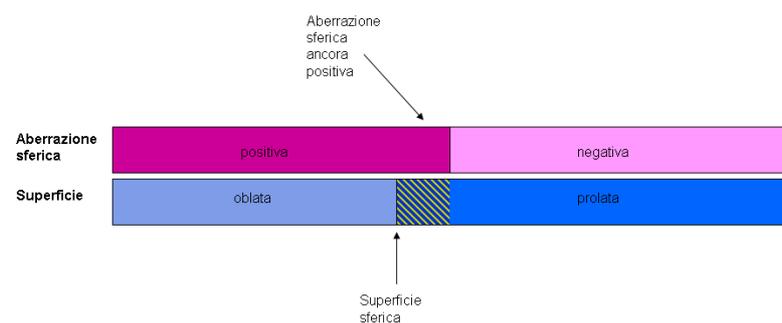


Figura 14

invece correggono il defocus. Abbiamo visto in precedenza che, se vogliamo valutare gli effetti di una aberrazione sulla qualità della visione, è necessario considerare la posizione della caustica rispetto al piano retinico. Anche l'aberrazione sferica non si sottrae a questa regola. La caustica in questo caso è semplicemente un segmento coincidente con l'asse ottico, per cui forse sarebbe il caso di parlare di una aberrazione sferica miopica, ipermetropica o mista, come si fa con l'astigmatismo; forse questo concetto dovrà essere preso in considerazione e sviluppato dagli oftalmologi. A questo punto però attenzione a non fare confusione. Una aberrazione sferica negativa non corrisponde a quella miopica, ma è quella in cui i raggi luminosi centrali focalizzano prima di quelli periferici. A seconda della sua posizione rispetto al piano retinico la distingueremo in miopica ipermetropica e mista. Allo stesso modo l'aberrazione sferica positiva è quella in cui i raggi periferici focalizzano prima di quelli centrali e anche qui, in base alla posizione della caustica rispetto al piano retinico, la distingueremo in miopica ipermetropica e mista. Se la cosa a prima vista sembra complicata basti pensare che in questo caso non abbiamo a che fare con un asse per cui tutto è molto più semplice rispetto alla correzione di un astigmatismo. Anche qui abbiamo astigmatismi secondo o contro regola ed entrambi possono essere miopici, ipermetropici o misti.



Figura 15

L'aberrazione sferica comporta due fenomeni fondamentali, se vogliamo uno negativo ed uno positivo.

recentemente si è reso necessario prenderla seriamente in considerazione. In realtà la caustica dell'aberrazione sferica è molto semplice, i raggi luminosi non focalizzano in un punto, ma in un segmento compreso tra i fuochi dei raggi periferici e di quelli parassiali; per di più questo segmento coincide con l'asse ottico. Si tratta quindi di una caustica molto più semplice della meglio conosciuta conoide di Sturm. Sarebbe poi possibile quantificare l'entità di una aberrazione sferica misurandola in diottrie (asferiche, positive e negative) sulla base della differenza tra il potere centrale e quello periferico dell'obiettivo. Gli aberrometri non lavorano in questo senso, ma sarebbe il caso che gli

Anche per quanto riguarda l'aberrazione sferica bisognerebbe abituarsi a valutare le conseguenze che questa può avere sul processo visivo. Se si chiede ad un oftalmologo di valutare gli effetti sulla visione di una associazione tra defocus ed astigmatismo, questi non ha molta difficoltà a rispondere. Non potrà fare una quantificazione precisa dell'acutezza visiva, perché dipende da tanti fattori, tra cui le dimensioni della pupilla, ma avrà tutto sommato le idee abbastanza chiare.

Se chiediamo invece quali conseguenze sulla visione abbiamo in caso di aberrazione sferica, diventa molto più difficile avere una risposta soddisfacente. Non tutti sanno infatti che una aberrazione sferica in realtà può permettere un visus di 10/10 naturali. Quali sono allora gli effetti che provoca sulla visione?

Quello negativo consiste nella diminuzione della sensibilità al contrasto, cosa che risulta abbastanza intuitiva; la dispersione del fuoco riduce infatti la concentrazione luminosa. In assenza di aberrazione sferica, dove tutta la luce viene concentrata in un solo punto, è evidente che il contrasto viene meglio percepito. Difficilmente però nel corso di una visita oculistica viene fatta una valutazione della sensibilità al contrasto, che non fa parte della routine diagnostica. Nella maggior parte degli studi oculistici non esiste nemmeno una tabella per fare un test adeguato e quando questo viene eseguito, per lo più a scopo di ricerca, è in genere finalizzato a valutare una opacità del cristallino, anch'essa in grado di ridurre la sensibilità al contrasto. L'aspetto positivo consiste invece nell'aumento della profondità di campo che caratterizza una immagine focalizzata da un obiettivo con aberrazione sferica. Quest'ultima è infatti l'unica che non presenta solo lati negativi, ma fornisce anche qualche vantaggio. Per capire le cose però bisogna avere le idee chiare sulla profondità di campo e sapere bene in cosa consiste. Quando viene focalizzato un oggetto ad una certa distanza, questo rappresenta l'unica immagine veramente nitida, mentre tutto quello che sta davanti o dietro di esso appare sfocato. La profondità di campo rappresenta la distanza, davanti e dietro all'immagine principale, in cui la nitidezza viene mantenuta o comunque in cui la sfocatura è trascurabile. Si tratta quindi di una grandezza che viene misurata in distanza lineare. Ci si può fare un'idea confrontando le due immagini presentate nella figura 16. Nell'immagine di sinistra si ha una bassa profondità di campo, il cavallo presenta



Figura 16

un ottimo contrasto, ma tutto ciò che sta davanti o dietro di esso risulta sfocato. Nella seconda il contrasto diminuisce, ma viene mantenuta la nitidezza anche per gli oggetti più lontani o più vicini.

Per ovvie ragioni, legate alla vergenza dei raggi luminosi, l'oggetto focalizzato non si trova al centro della zona di profondità di campo, che è invece sempre più estesa dietro piuttosto che davanti ad esso. La profondità di campo è influenzata da numerosi fattori, diminuisce quanto più l'oggetto è vicino mentre aumenta con l'aumentare della distanza focale e restringendo il diaframma. Naturalmente è influenzata dall'aberrazione sferica del sistema ottico.

Un'ultima precisazione, non bisogna confondere la profondità di campo con la profondità di fuoco anche se in pratica esprimono lo stesso concetto. La profondità di fuoco si riferisce al sistema ottico e indica un intervallo di tolleranza nella distanza fra il piano dello schermo (la retina nel caso dell'occhio) e l'elemento posteriore dell'obiettivo. Si applica in genere alle macchine fotografiche e si esprime in centesimi di millimetro. In parole povere la profondità di campo si riferisce all'immagine prodotta, mentre la profondità di fuoco riguarda il sistema ottico.

A questo punto è venuto il momento di fare qualche considerazione. Tutti sappiamo che un occhio normale dovrebbe essere esente da aberrazioni, gli oftalmologi sanno tuttavia che esistono occhi miopi o ipermetropi e che spesso è presente anche un astigmatismo. L'occhio emmetrope però rappresenta sicuramente la media di tutte le possibili alterazioni. Come si comporta allora l'occhio medio rispetto all'aberrazione sferica? La risposta non è immediata. L'obiettivo dell'occhio è formato da due lenti, cornea e cristallino che vanno esaminate separatamente.

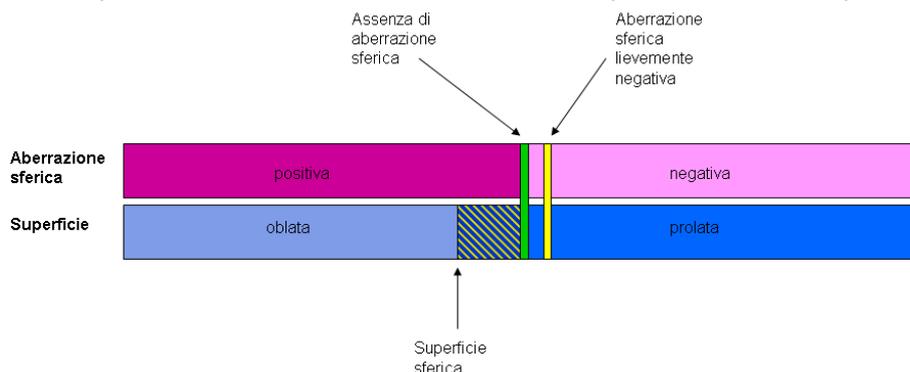
La topografia corneale è presente già da anni e gli oftalmologi si sono già in buona parte abituati a valutare le topografie. Ogni cornea ha la propria mappa topografica, ma possiamo tranquillamente affermare che la sua superficie anteriore ha tendenzialmente una superficie prolata. Questo è in linea con quanto è emerso precedentemente, una superficie sferica avrebbe una aberrazione sferica positiva e la prolatura tende ad eliminarla. La cornea dell'occhio medio però non è abbastanza prolata per annullare completamente l'aberrazione sferica positiva. Potremmo definirla una superficie ipoprolata.

Questo residuo di aberrazione viene però compensato dal cristallino, che avrebbe una debole aberrazione sferica negativa, in grado di compensare quella residua della cornea. In complesso l'obiettivo dell'occhio finisce con l'essere esente da aberrazione sferica. Questo naturalmente riferendoci sempre all'occhio medio.

Il discorso vale però per il giovane, perché con l'avanzare dell'età le cose cambiano. Mentre la cornea mantiene sostanzialmente la stessa forma, il cristallino tende a perdere progressivamente la sua aberrazione sferica negativa, che prima si annulla, per poi diventare addirittura positiva e andarsi così a sommare a quella della cornea. Quindi, mentre l'occhio giovane può dirsi esente da aberrazione sferica, con l'avanzare dell'età ne compare una positiva.

Queste considerazioni ci permettono di fare un po' di chiarezza sulle lenti intraoculari asferiche che sono state messe in commercio da alcuni anni. Una lente intraoculare tradizionale presenta delle facce sferiche e quindi viene ad avere una aberrazione sferica positiva, che si va a sommare con quella della cornea. Le lenti di nuova generazione sono invece asferiche, in pratica con una prolatura di almeno una delle facce, in modo da avere una curvatura maggiore al centro rispetto alla periferia così da controbilanciare l'aberrazione sferica della cornea.

Ci sono però due razionalità nella fabbricazione di queste lenti. Alcune presentano una prolatura ideale tale



da renderle esenti da aberrazione sferica. Si tratta delle cosiddette "aberration free" che si pongono in corrispondenza della linea verde indicata dalla figura 17. In pratica impiantando una di queste lenti non si induce una nuova aberrazione, ma si mantiene solo quella determinata dalla forma della cornea.

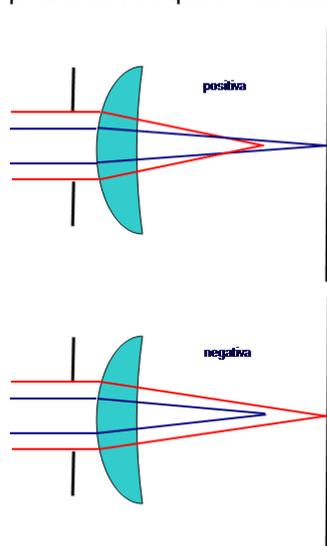
Altre lenti invece cercano di simulare il

Figura 17

comportamento del cristallino giovane inducendo una aberrazione sferica negativa. Sono leggermente iperprolate, si pongono in corrispondenza della linea gialla indicata dalla figura e tendono a contrastare l'aberrazione sferica positiva residua determinata dalla cornea. In teoria queste lenti dovrebbero determinare la completa assenza di aberrazione sferica dell'obiettivo totale dell'occhio.

Non è questa la sede per esprimere giudizi sull'opportunità di impiantare lenti intraoculari asferiche né tantomeno per giudicare quale sia la lente migliore. Si possono però fare alcune considerazioni.

Per ottenere una asfericità bisogna costruire una lente la cui curvatura sia maggiore al centro rispetto alla periferia. Più questo fenomeno è accentuato maggiori saranno gli inconvenienti legati ad un eventuale decentramento.



Impiantare una lente asferica ha lo scopo di ridurre l'aberrazione sferica che si riscontra in genere dopo un intervento di cataratta, ma tutto questo è valido solo in presenza di un occhio medio, con una curvatura corneale standard. Di fronte a cornee particolari il discorso può essere diverso ed è bene che gli oftalmologi abbiano chiaro questo concetto e siano in grado di valutare esattamente cosa si accingono ad impiantare, specialmente oggi, che sempre più frequentemente, ci si trova ad operare occhi con cornee precedentemente operate di chirurgia refrattiva. Non è escluso che in un futuro possano venire fornite lenti a diversa "asfericità", da scegliere di volta in volta dopo aver eseguito una topoaberrometria prima dell'intervento, in modo da impiantare quella che meglio si adatta all'aberrazione sferica della cornea del paziente. Bisognerebbe però che fossero gli oftalmologi ad indirizzare la ricerca, sempre che ritengano opportuna una scelta di questo genere, ed è quindi necessario che comprendano a fondo il significato delle aberrazioni.

E' proprio sempre conveniente eliminare l'aberrazione sferica?

A questa domanda probabilmente nessuno al momento sa dare una risposta definitiva, forse gli oftalmologi non hanno ancora una esperienza sufficiente per una valutazione equilibrata ed è possibile che in futuro le cose diventino più chiare. Sappiamo che in un sistema con aberrazione sferica c'è un vantaggio

Figura 18

legato all'aumento della profondità di campo, che si traduce nella possibilità di avere a fuoco contemporaneamente più oggetti a distanze diverse, senza fare entrare in gioco l'accomodazione. Lo sanno bene i fabbricanti di strumenti ottici. Abbiamo visto che, in un occhio giovane, il cristallino presenta una aberrazione sferica negativa, che va a compensare quella residua della cornea, in modo che l'intero obiettivo oculare sia esente da aberrazione e quindi, pur avendo una riduzione della profondità di campo, può usufruire al meglio di un'ottima sensibilità al contrasto. Al giovane però può importare poco della profondità

di campo, ha un'efficiente accomodazione, che gli permette di focalizzare rapidamente gli oggetti alle varie distanze e quindi ha tutte le ragioni di sentirsi soddisfatto di un sistema visivo costruito in questo modo. Nell'anziano invece cosa succede? Non è che l'aberrazione sferica che si produce vada in realtà a compensare, almeno in parte, la perdita dell'accomodazione? In teoria è proprio così, ma evidentemente questo non è sufficiente per consentire di leggere, mantenendo contemporaneamente una buona visione da lontano, tanto che è evidente che tutti, raggiunta una certa età, devono ricorrere agli occhiali per vicino. E' vero che nell'occhio anziano si crea una aberrazione sferica che aumenta la profondità di campo, ma la realtà è che questa si svilupperebbe nella direzione sbagliata, almeno per quanto riguarda la possibilità di leggere, e adesso vediamo di esaminare la questione in dettaglio, perché si tratta di un fatto interessante, che sta alla base delle moderne tecniche di correzione della presbiopia.

Nella figura 18 vengono illustrati due esempi. Il primo corrisponde ad una aberrazione sferica positiva in cui i raggi luminosi periferici (rossi) focalizzano prima di quelli centrali (blu). Nel secondo caso si tratta di aberrazione sferica negativa in cui i raggi centrali (blu) focalizzano prima di quelli periferici (rossi). Bisogna notare che in questo caso il piano retinico coincide con il punto di focalizzazione più lontano e quindi il segmento che rappresenta la caustica dell'aberrazione sferica giace completamente davanti alla retina e volendo si potrebbe definire questa come aberrazione sferica miopica. In entrambi i casi il fuoco si disperde in un segmento la cui lunghezza è proporzionale all'entità dell'aberrazione sferica. In ciascun punto di questo segmento si ha la focalizzazione dei raggi luminosi, che in questo caso giungono all'obiettivo paralleli e quindi provenienti dall'infinito, ma non ci sarebbero differenze se considerassimo raggi divergenti.

La dispersione del fuoco lungo un segmento permette a questo sistema ottico di aumentare la propria profondità di campo. E' evidente che nel primo caso i raggi parassiali sono a fuoco sulla retina, mentre i

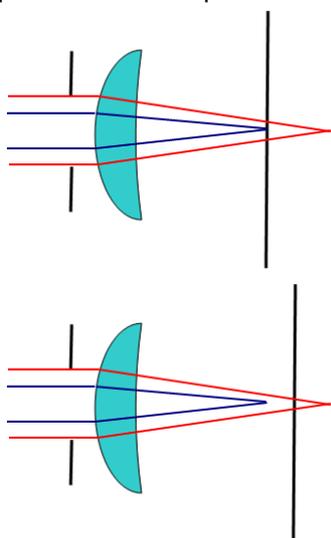


Figura 19

raggi periferici focalizzano prima. Possiamo dire che questo sistema ottico è in grado di focalizzare contemporaneamente sia le immagini all'infinito che quelle vicine, le prime grazie ai raggi parassiali e le altre con quelli periferici. Se vogliamo intenderci meglio, trascurando un po' la correttezza dei termini, diciamo che questo sistema è emmetrope al centro e miope in periferia.

L'altro sistema è simile, anche qui c'è una aberrazione sferica con dispersione dei raggi luminosi, solo che la situazione tra i raggi centrali e quelli periferici è invertita. Questo sistema è emmetrope in periferia e miope al centro.

Quale di questi due sistemi, entrambi con aberrazione sferica, è più efficace per le necessità visive di un individuo? In altre parole quale dei due permette una buona visione da lontano e contemporaneamente la possibilità di leggere, anche in assenza di accomodazione, senza utilizzare lenti per vicino?

Tutto fa pensare che il sistema più efficace sia il secondo, quello con aberrazione sferica negativa. La spiegazione risiederebbe nel fatto che, durante la lettura, la pupilla si restringe e quindi verrebbe penalizzato l'apporto relativo ai raggi periferici, che nell'aberrazione positiva sono proprio quelli che permettono la visione per vicino.

Ci sono diversi indizi che avvalorano questa ipotesi.

Il primo deriva dalla chirurgia refrattiva. Quando si è cominciato a correggere le ipermetropie ci si è accorti che i pazienti operati, anche se di una certa età, sono in grado di leggere da vicino anche senza correzione. Questo fenomeno

è stato variamente interpretato, si è invocata una maggiore capacità accomodativa degli ipermetropi o si è detto addirittura che questi, al contrario dei miopi, sono semplicemente abituati ad una cattiva visione a distanza ravvicinata. In realtà quando si esegue un trattamento ipermetropico si crea un'iperprolatura della cornea, che viene infatti incurvata al centro. Si determina quindi una aberrazione sferica negativa, che è efficace nel permettere una visione per vicino. Anche nel trattamento miopico si crea una aberrazione sferica, ma positiva, e si sa che i miopi operati non sono in grado di vedere da vicino dopo una certa età.

Il secondo indizio ci viene dall'osservazione del comportamento dell'occhio normale. Se si esegue una aberrometria in un occhio giovane durante l'accomodazione, si osserva naturalmente un defocus, per aumento della potenza dell'obiettivo oculare grazie alla contrazione del cristallino. Contemporaneamente però c'è anche un aumento dell'aberrazione sferica negativa, che in qualche modo contribuirebbe alla focalizzazione degli oggetti a distanza ravvicinata. Questa deve necessariamente essere dovuta ad una modificazione di forma del cristallino e ci fornisce qualche informazione in più sul meccanismo dell'accomodazione. Non avremmo semplicemente un aumento della curvatura delle facce della lente, ma almeno una di queste deve aumentare la propria prolatura, deve cioè incrementare la curvatura centrale in misura maggiore di quella periferica. E' vero che si può semplicemente trattare di un fenomeno contingente, ma se anche l'occhio normale utilizza l'aberrazione sferica negativa per collaborare all'accomodazione questo potrebbe voler dire che si tratta di un meccanismo efficace.

Nell'esempio che è stato fatto si è ipotizzato che il piano retinico coincida con l'estremità posteriore del segmento, che costituisce la caustica dell'aberrazione sferica e che quindi questa vada a cadere interamente davanti alla retina. Si possono però verificare anche altre situazioni come quelle illustrate nella

figura 19, in cui il piano retinico coincide con l'estremità anteriore del segmento o sta a cavallo di questo. In questi casi i fenomeni descritti in precedenza si verificano ugualmente, ma almeno in teoria, dovrebbero prevedere l'intervento di una certa quota di accomodazione. In realtà non si usa fare una distinzione dei vari tipi di aberrazione sferica in questo senso, ma forse sarebbe il momento di introdurre il concetto di aberrazione sferica miopica, ipermetropica e mista.

L'aberrazione di coma

Prima di tutto precisiamo che il termine "coma" deriva dall'aspetto a cometa dell'immagine, che è formata dagli strumenti ottici con questa aberrazione. Il termine è la contrazione della parola cometa, si tratta di un sostantivo femminile e quindi si dice "la coma". Il sostantivo "coma" al maschile ha invece un altro significato.

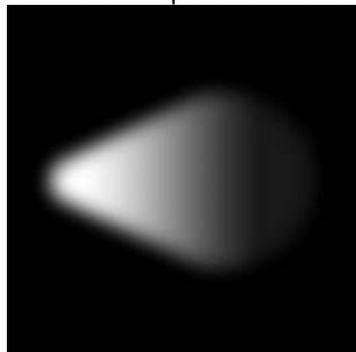


Figura 20

Per descrivere questo tipo di aberrazione in genere si porta l'esempio di quello che succede quando un fascio di raggi attraversa un sistema ottico non aberrato, ma incidendo obliquamente, cioè non parallelo all'asse ottico. In effetti in questi casi si verifica appunto una aberrazione di coma. Questo esempio però non è l'ideale, anche perché crea un po' di confusione con il tilting, che è un altro tipo di aberrazione, peraltro molto semplice, che si verifica quando ad essere obliquo è il fronte d'onda dopo la refrazione e non i raggi luminosi prima dell'obiettivo. E' un discorso semplice, ma per capirlo bisognerebbe avere le idee chiare sul fronte d'onda, per il momento basti sapere che il termine tilting non si riferisce all'inclinazione della lente perché in questo caso si determina una coma.

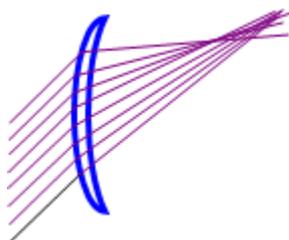


Figura 21

Per spiegare meglio l'aberrazione di coma, possiamo dire che si verifica quando i raggi luminosi attraversano una superficie ottica, che ha una superficie prolata, ma decentrata da un lato. In altre parole il punto di maggiore curvatura non coincide con l'asse ottico, ma è spostato perifericamente. Da questo punto ci sarà una progressiva riduzione della curvatura verso la periferia, che però sarà più "ripida" da un lato rispetto all'altro. Si possono anche individuare un punto di massima ed uno di minima curvatura, in posizioni diametralmente opposte (Figura 22). La descrizione di una superficie di questo tipo ricorda quella della cornea affetta da cheratocono, che, in effetti, rappresenta la patologia oculare che più tipicamente genera una aberrazione di coma. Questa però si può verificare anche in altre situazioni cliniche, come nelle inclinazioni o nei decentramenti delle lenti

intraoculari, specialmente se asferiche, o nei trattamenti refrattivi decentrati, particolarmente se ipermetropici.

Si tratta di una aberrazione molto fastidiosa, che provoca alterazioni consistenti sulla qualità della visione e per cui non c'è molto da fare, anche perché è abbastanza difficile da correggere. Tuttavia la si riscontra abbastanza frequentemente nella pratica clinica ed è la principale responsabile della cosiddetta ombra a forbice, che si nota nella schiascopia. Fino all'avvento degli aberrometri non ci sono però state molte possibilità di valutarla con gli strumenti ed è stata praticamente ignorata dagli oftalmologi, anche perché c'erano poche possibilità di correggerla.

A questo punto se chiediamo ad un oftalmologo cosa caratterizza principalmente, dal punto di vista refrattivo, un occhio affetto da cheratocono, ci sentiremo spesso rispondere che questo è affetto da un astigmatismo elevato. Se però andiamo ad eseguire una aberrometria, o anche solo una topoaberrometria corneale, ci accorgiamo che in realtà di astigmatismo non ce n'è poi così tanto, mentre il quadro aberrometrico è dominato dalla coma. Il motivo per cui si parla di astigmatismo risiede nel fatto che, se poniamo un occhio con cheratocono davanti ad un autorefrattometro, questo, non costruito per valutare la coma, interpreterà le distorsioni come si trattasse di astigmatismo e ci fornirà un valore elevato.

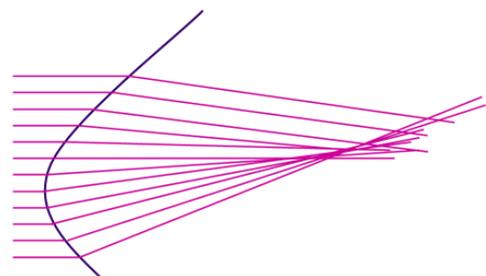


Figura 22

L'autorefrattometro misura solo defocus ed astigmatismi e non è in grado di valutare le altre aberrazioni. Del resto gli oftalmologi hanno sempre definito come "astigmatismo irregolare" tutte le aberrazioni che non erano in grado di valutare. Qualcuno adesso obietterà che è tuttavia possibile migliorare la visione di un occhio con cheratocono con lenti cilindriche e che è pratica clinica comune prescrivere a questi pazienti associazioni sferocilindriche, soprattutto negative, che in effetti permettono di migliorare sensibilmente l'acutezza visiva. In realtà una combinazione sferocilindrica ha effettivamente la possibilità di ridurre le dimensioni della caustica provocata da una coma e di porre anche il piano retinico nella posizione della minore dispersione dei raggi luminosi. Gli oftalmologi hanno sviluppato una notevole capacità in questo senso e sono in grado di

correggere al meglio alterazioni della visione di questo tipo, con lenti sferiche e cilindriche, in quanto non hanno mai avuto a disposizione lenti comatiche. Questo fatto ricorda un po' la correzione dell'equivalente sferico, in cui si utilizzano lenti sferiche perché non si ha a disposizione o non si vuole prescrivere una lente cilindrica di potere elevato. Questo non vuol dire che le lenti sferiche correggono gli astigmatismi, ma solo che sono in grado di posizionare la caustica, cioè la conoide di Sturm, nella posizione di minore dispersione del fuoco rispetto al piano retinico, migliorando in questo modo la capacità visiva. Allo stesso modo le associazioni sferocilindriche sono in grado di fare la stessa cosa con la caustica provocata dall'aberrazione di coma.

Si è accennato a lenti comatiche, attualmente non esistono, ma se ci fossero potrebbero essere misurate in diottrie (comatiche), corrispondenti alla differenza tra il potere dei punti di massima e minima curvatura. Bisognerebbe inoltre prevedere un asse di rotazione come avviene per gli astigmatismi. Non sto auspicando l'introduzione di lenti comatiche, renderebbe le cose troppo complicate, ma lo scopo è solo quello di ricondurre lo studio di una aberrazione in termini comprensibili agli oftalmologi, che sono abituati a pensare ad una lente con cui correggere un difetto visivo. Allo stato attuale però l'unica possibilità, non chirurgica, di correggere una aberrazione di coma, di origine corneale, consiste nell'applicazione di una lente a contatto rigida. I trattamenti refrattivi personalizzati possono servire nel caso di ablazioni decentrate, mentre per la dislocazione dei cristallini intraoculari rimane solo il loro riposizionamento. E' comunque importante che gli oftalmologi prendano coscienza di questo tipo di aberrazione, sappiano valutarla quantitativamente, siano in grado di prevedere in quali casi si verifica, valutino correttamente gli effetti che questa può avere sulla qualità della visione e conoscano i sistemi in grado di correggerla.

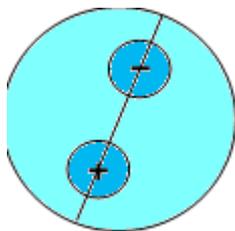


Figura 23

Trifoglio, Quadrifoglio, Pentafoglio, Esafoglio...

Queste aberrazioni in realtà non hanno generalmente una grossa importanza nell'economia della visione, di solito non sono molto accentuate e non c'è molto da fare per correggerle. In genere vengono "liquidate" chiamandole aberrazioni di alto ordine e il termine andrebbe bene, se non fosse che anche l'aberrazione sferica è di ordine elevato e questa invece non la possiamo trascurare. Le aberrazioni importanti sono quelle descritte prima: defocus, astigmatismo, aberrazione sferica e coma, ma quando si vedrà come funziona un aberrometro si capirà come questo non può "estrarle" da una aberrazione totale senza tenere conto anche delle rimanenti. Non è facile spiegare in cosa consiste un Trifoglio o un Quadrifoglio senza conoscere il fronte d'onda, che verrà illustrato tra poco, tuttavia si può cercare di comprenderli, almeno a grandi linee.

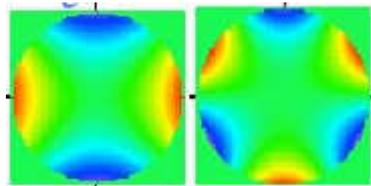


Figura 24

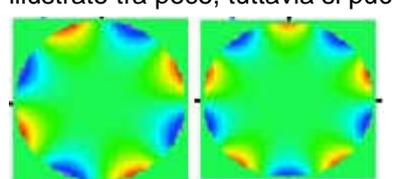


Figura 25

Vi siete mai chiesti perché non esiste una aberrazione denominata Bifoglio? In realtà esiste solo che si chiama Astigmatismo. Le due immagini della figura 24 sono una rappresentazione del fronte d'onda in scala di colori e in seguito ci sarà modo di descriverle più dettagliatamente. Assumiamo che i colori rossi corrispondano alle aree più rifrangenti e quelle blu a quelle meno rifrangenti. In realtà non è così perché la rappresentazione può cambiare, ma per il momento accettiamola, anche perché è più consona al modo di pensare di chi si è abituato ad interpretare le topografie. L'immagine di sinistra è abbastanza familiare, corrisponde ad un astigmatismo in cui il sistema ottico è più rifrangente sul meridiano orizzontale. Un obiettivo però può essere deformato in maniera irregolare per cui è necessario anche considerare altre possibili deformazioni che andranno "scorporate" dall'aberrazione totale. Il trifoglio, a cui si riferisce la seconda immagine, è una di queste, in cui si contrappongono un'area a maggiore rifrangenza con un'altra a rifrangenza minore, cioè se da un lato c'è una zona rossa, sul lato diametralmente opposto ce ne sarà una blu. Questo tuttavia non è sufficiente, ma è necessario considerare anche situazioni più complesse. Nelle altre due figure sono rappresentati un quadrifoglio e un pentafoglio, nel primo le aree della stessa rifrangenza sono contrapposte, cioè rosso o blu sullo stesso meridiano come nell'astigmatismo, mentre nel pentafoglio sono alternate. L'esame di tutte queste possibili aberrazioni permette non solo una valutazione più completa dell'obiettivo esaminato, ma è indispensabile perché ogni singola aberrazione venga valutata senza l'influenza delle altre.

Il fronte d'onda

Possiamo sorridere pensando che, se chiediamo ad un astronomo che cos'è un'orbita, avremo una risposta molto diversa da quella che ci darà di un oftalmologo. D'accordo che non è questo il problema, ma non vi è dubbio che le due categorie parlino linguaggi differenti, anche se spesso trattano gli stessi argomenti. Gli aberrometri sono stati costruiti dagli ingegneri per gli astronomi e, solo in un secondo tempo, sono stati

introdotti nella pratica oftalmica. Gli oftalmologi conoscono l'ottica e sono abituati a ragionare in termini di forma degli obiettivi, di vergenza dei raggi luminosi e di fuoco sul piano retinico. Gli aberrometri parlano invece in termini di fronte d'onda, spesso rappresentato in scale cromatiche, che assomigliano a quelle delle topografie corneali, pur esprimendo un concetto del tutto differente, generando così una estrema confusione.

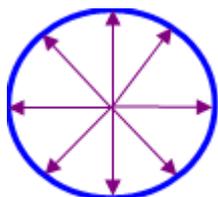


Figura 26

Vediamo allora di chiarire in cosa consiste un fronte d'onda.

Immaginiamo di avere una sorgente luminosa puntiforme nello spazio.

Chiediamo adesso ad un oftalmologo cosa succede nel momento dell'accensione.

Questi ci risponderà che dalla sorgente si originano dei raggi luminosi, che si dirigono in tutte le direzioni divergendo tra di loro.

Se poniamo la stessa domanda ad un fisico o ad un astronomo ci verrà detto che, in quel momento, si genera una sfera di radiazioni elettromagnetiche, che si espande nello spazio alla velocità della luce.

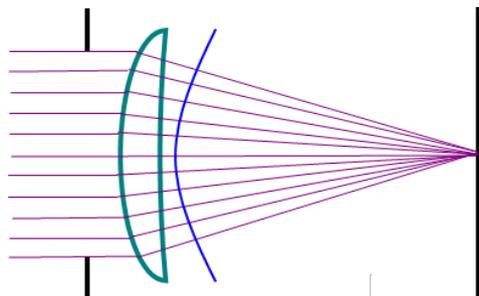
Si tratta dello stesso concetto, ma la seconda risposta è più adatta ad esprimere il fronte d'onda. Questo infatti può essere definito come la superficie raggiunta contemporaneamente dalle radiazioni luminose.

Possiamo anche affermare che il fronte d'onda, in un certo istante, è una superficie perpendicolare a tutti i raggi luminosi. Vediamo comunque di chiarire il concetto e torniamo allora alla nostra sorgente luminosa puntiforme. Al momento dell'accensione si genera una sfera di radiazioni elettromagnetiche, che si espande nello spazio alla velocità della luce. Dopo circa tre milionesimi di secondo la sfera avrà raggiunto il raggio di un metro. Bene, la superficie sferica di un metro di raggio corrisponde al fronte d'onda dopo tre milionesimi di secondo. Se vogliamo spiegarlo in altri termini possiamo dire che al momento dell'accensione si dipartono dalla sorgente luminosa dei raggi luminosi divergenti che, dopo tre milionesimi di secondo, avranno raggiunto la lunghezza di un metro e saranno perpendicolari alla superficie sferica di un metro di raggio, che in quel momento rappresenta il fronte d'onda.

Chiarito questo occorre adesso rivedere i concetti generali dell'ottica valutandoli dal punto di vista del fronte d'onda e non più soltanto dalla direzione dei raggi luminosi.

L'obiettivo perfetto

Generalmente si dice che i raggi luminosi che provengono da oggetti lontani si possono considerare come



provenienti dall'infinito e quindi paralleli. In questo caso è abbastanza ovvio dedurre che il fronte d'onda è rappresentato da una superficie piana che si dirige verso l'occhio alla velocità della luce. Immaginiamo adesso che questi raggi luminosi entrino in un sistema ottico e siano fatti convergere, da un obiettivo non aberrato, su uno schermo. Tutti sappiamo che la direzione dei raggi diventa convergente su un punto situato sullo schermo e coincidente con l'asse ottico. In questo caso il fronte d'onda è rappresentato da una superficie sferica, che ha la concavità rivolta verso lo schermo e il centro in corrispondenza del fuoco. Possiamo quindi affermare che, prima dell'obiettivo, il fronte d'onda era un piano e che poi è stato trasformato in una

Figura 27

superficie sferica, in questo modo è rispettata anche la perpendicolarità rispetto ai raggi luminosi. Questo almeno è il modo di vedere degli oftalmologi, abituati a seguire il decorso dei raggi luminosi all'interno dell'occhio e a valutare le modificazioni al loro decorso indotte dall'obiettivo oculare.

Adesso qualcuno potrebbe pensare che il fronte d'onda riproduce la forma della superficie diottrica che lo genera. In realtà ci assomiglia, ma non è proprio così. Il fronte d'onda ideale è una calotta sferica, mentre il diottrico che lo genera ha in realtà una superficie prolata. Piccola differenza, ma superficie diottrica e fronte d'onda sono due concetti differenti. In realtà con l'aberrometria otteniamo la forma del fronte d'onda e da qui possiamo, col ragionamento, ricavare la forma dell'obiettivo, ma non si tratta esattamente della stessa cosa, anche se le due superfici in realtà si assomigliano.

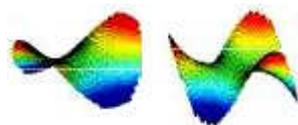


Figura 28

Ribadiamo adesso il concetto appena illustrato. Il fronte d'onda ideale, generato da un obiettivo privo di aberrazioni, ha, all'interno dell'occhio, la forma di una calotta sferica con la concavità rivolta verso la retina e il centro in coincidenza della macula. Ogni sistema aberrato fornirà allora un fronte d'onda, la cui forma si discosta da questa calotta sferica ideale e la loro differenza esprime l'entità

delle aberrazioni. Questo concetto è facilmente comprensibile da un oftalmologo, ma se a questo punto vi aspettate che questa sia la rappresentazione fornita da un aberrometro vi sbagliate.

Da quanto appena affermato possiamo dire che un fronte d'onda aberrato avrà sempre la forma di una calotta, ma non più esattamente sferica con i meridiani tutti della stessa curvatura. Alcuni saranno più curvi e altri meno, oppure, come nell'aberrazione di coma, avranno una curvatura che si modifica in base alla distanza dal centro. In seguito verranno esaminati più a fondo questi concetti, quando si esaminerà il fronte

d'onda per ogni singola aberrazione e tutto diventerà più chiaro. Già a questo punto però è facile capire che, anche in un fronte d'onda molto aberrato, un meridiano sarà più o meno curvo, ma comunque sempre con la concavità rivolta verso lo schermo, mai convesso. Questo infatti starebbe a significare che, in qualche punto, il potere dell'obiettivo è addirittura diventato negativo, con raggi luminosi che viaggiano divergenti. Eppure, basta dare un'occhiata alla piramide di Zernike, per osservare che quasi tutte le immagini dei vari fronti d'onda presentano in realtà anche linee curve convesse, cosa che in teoria non si dovrebbe mai verificare. Due esempi del genere sono mostrati nella figura 28.

Questo fatto, a prima vista paradossale agli occhi di un oftalmologo, ha una spiegazione molto semplice. In realtà tutti gli aberrometri assumono che il fronte d'onda ideale, formato da un obiettivo perfetto, non sia una calotta sferica, come avviene realmente, bensì una superficie piana. Di conseguenza tutte le immagini che esprimono, con una rappresentazione bidimensionale o tridimensionale, un fronte d'onda, vengono in qualche modo "raddrizzate", per poter essere paragonate ad un fronte d'onda piano. Niente di trascendentale, ma bisogna saperlo, perché non è una differenza da poco.

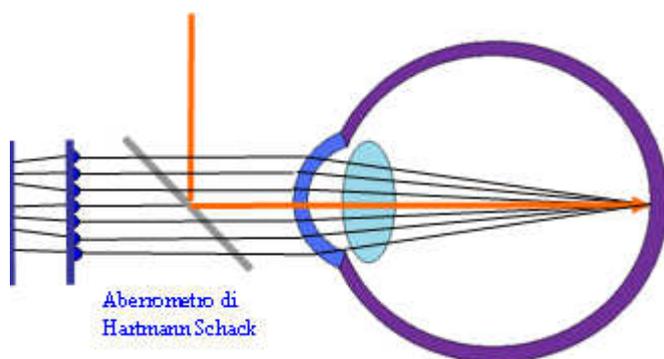
Per comprendere come mai lo studio dell'aberrometria si comporti in questo modo, profondamente diverso da quello in cui normalmente viene descritta l'ottica, è bene fare qualche considerazione.

- Gli aberrometri sono nati per correggere le immagini che si formano nei telescopi e solo successivamente si è pensato di utilizzarli in oftalmologia. In questo caso si tratta di osservare oggetti molto lontani, addirittura corpi celesti, da cui provengono raggi luminosi, che si possono tranquillamente considerare originati da distanza infinita e quindi paralleli con fronte d'onda piano.
- Finora si è cercato di evitare l'argomento, ma prima o poi bisognerà affrontare in maniera più o meno approfondita i polinomi di Zernike. Si vedrà allora come queste formule matematiche siano in grado di "scorporare" ogni singola aberrazione dall'esame di un fronte d'onda irregolare. Naturalmente i calcoli sono più semplici, se la differenza viene fatta nei confronti di una superficie piana piuttosto che una curva.
- Il discorso diventa ancora più chiaro se si esamina come funzionano gli aberrometri. Dal punto di vista oftalmologico, il fronte d'onda è la superficie che si forma all'interno dell'occhio dopo che la luce ha attraversato l'obiettivo oculare e che dovrebbe avere la forma di una calotta sferica. Almeno questo è sempre stato il modo di ragionare degli oftalmologi nei confronti di defocus ed astigmatismo. Gli aberrometri funzionano in un modo differente e le loro rappresentazioni cambiano di conseguenza.

Gli aberrometri

E' venuto il momento di affrontare il problema del funzionamento di questi apparecchi, che oggi sono alla base dello studio dell'aberrometria oculare e che, come si è visto, parlano un linguaggio un po' diverso da quello a cui gli oftalmologi sono abituati.

Uno degli aberrometri più utilizzati in campo oftalmologico si basa sul principio di Hartmann-Schack. Un fascio



sottile di luce laser, riflesso da uno specchio semiriflettente, viene indirizzato all'interno dell'occhio lungo l'asse visivo, va a colpire la fovea e si riflette. Da qui si diparte un fascio di raggi luminosi, divergenti, che esce dall'occhio, attraversando a ritroso l'obiettivo oculare. Se l'obiettivo non è aberrato il fascio di uscita sarà formato da raggi paralleli con un fronte d'onda piano. I raggi luminosi colpiscono uno schermo sensibile dove sono inserite delle lenti. Ciascuna di queste focalizza un raggio luminoso in un punto situato su uno schermo sensibile in grado di registrarne la posizione. Se il fascio non è aberrato ogni punto cadrà nella posizione attesa, altrimenti ci sarà uno scostamento proporzionale al grado di

Figura 29

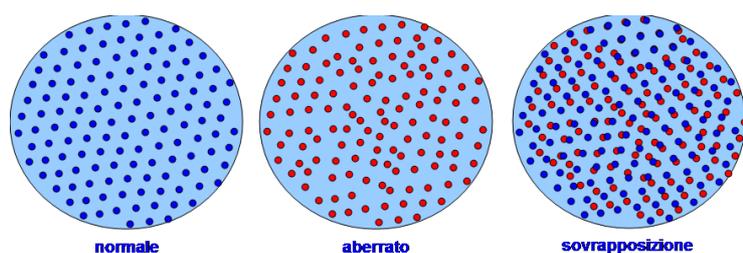
aberrazione. La figura 30 vuole mostrare in sintesi quello che viene rilevato dallo schermo sensibile. Il cerchio di sinistra mostra una disposizione uniforme di punti, come ci si aspetterebbe nel caso di un sistema ideale. Il cerchio centrale evidenzia invece uno spostamento dei punti rispetto alla posizione attesa, mentre quello di destra è la sovrapposizione dei primi due e mostra come molti dei puntini si vadano a focalizzare in una posizione diversa rispetto a quella che ci aspetterebbe nel caso di un sistema perfetto. Sulla base del calcolo della posizione, che ogni singolo punto assume rispetto a quella ideale, è possibile calcolare l'aberrazione del sistema e, mediante i polinomi di Zernike, estrarre ogni singola componente (defocus, astigmatismo coma ecc.) e quantificarla.

Come si vede quindi l'aberrometro esamina in effetti un fronte d'onda in uscita dall'occhio, con una direzione opposta a quella che gli oftalmologi sono abituati a considerare. E' come se, in corrispondenza della fovea,

ci fosse una sorgente luminosa; i raggi che provengono da questa divergono, escono dalla pupilla attraversando l'obiettivo oculare e si trasformano in un fascio con un fronte d'onda che, in un obiettivo ideale, sarebbe piano e che viene poi misurato dall'apparecchio. In pratica questi misurano il fronte d'onda in uscita, con un percorso dei raggi luminosi contrario a quello reale. D'accordo che non si può fare altrimenti, non è possibile impiantare un sistema di rilevazione dei raggi luminosi nel vitreo per seguirli nel loro cammino naturale, ma è necessario capire e tenere presente come funziona questo metodo di misura.

L'altro sistema su cui alcuni aberrometri si basano è quello di Tscherning. In questo apparecchio viene proiettata, all'interno dell'occhio, attraverso l'obiettivo, una griglia luminosa, formata da numerosi piccoli raggi laser, che vanno a formare una immagine sulla retina formata da tanti punti luminosi. Questa immagine viene osservata attraverso un sistema simile a quello di un oftalmoscopio indiretto e catturata da una fotocamera. Anche qui lo spostamento di ogni singolo punto rispetto alla posizione attesa fornisce una quantificazione delle aberrazioni. Come si vede la sostanza non cambia.

A questo punto occorre rivedere un po' tutte le aberrazioni che sono state esaminate fino ad ora e



riconsiderarle ragionando sulla base del fronte d'onda, sia come è realmente, sia come viene rappresentato dagli aberrometri, in modo da ricondurre tutto il discorso in un linguaggio comprensibile per un oftalmologo.

Si vedrà che le rappresentazioni delle aberrazioni, così come vengono presentate, devono poi essere capite e adattate per metterle in relazione a quello che in realtà succede all'interno dell'occhio.

Si vedrà anche che non hanno nulla a che

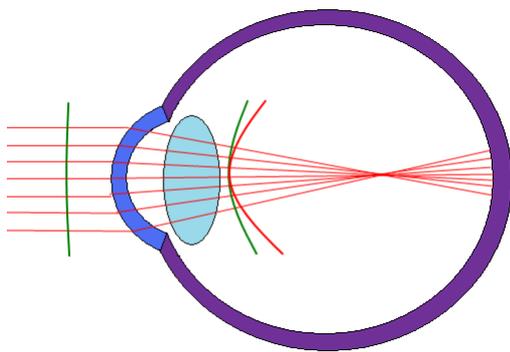
Figura 30

vedere con la forma delle ottiche dell'obiettivo, anche se in qualche caso le ricordano, anche perché vengono rappresentate con colori simili a quelli della topografia, che spesso però possono trarre in inganno. Gli oftalmologi sono le persone più adatte per comprendere tutti questi fenomeni proprio perché hanno alle spalle una lunga esperienza diretta a considerare il percorso dei raggi luminosi all'interno del bulbo oculare a valutarne gli effetti sulla visione.

D'ora in poi sarà necessario esaminare, per ogni singola aberrazione, il fronte d'onda reale, che si forma all'interno del bulbo oculare dopo la rifrazione subita dall'obiettivo, che gli oftalmologi sono abituati a valutare, e paragonarlo con quello che invece viene mostrato dagli aberrometri.

Il defocus

Vediamo adesso cosa succede in una aberrazione semplice, vale a dire nel defocus.



In questo caso l'obiettivo non presenta deformazioni, ma non è della potenza adeguata, per cui non focalizza esattamente sullo schermo e i raggi cadono davanti o dietro di esso.

Nella figura 31 è rappresentato l'esempio di una miopia ed illustra quello che avviene realmente all'interno dell'occhio.

I raggi luminosi convergono prima della retina, quindi il fronte d'onda, all'interno dell'occhio, sarà sempre rappresentato da una superficie sferica (rossa) ma con un raggio di curvatura inferiore rispetto a quello dell'occhio normale (verde). Nel caso di una ipermetropia avremmo una superficie sferica con un maggiore raggio di curvatura.

Nel defocus quindi il fronte d'onda è sempre rappresentato da una superficie sferica, ma con un raggio di curvatura differente rispetto al fronte d'onda ottimale di riferimento.

Ricordiamo adesso il funzionamento degli aberrometri. Un raggio laser colpisce la fovea e da qui si originano raggi luminosi divergenti che attraversano a ritroso l'obiettivo oculare. Dobbiamo allora chiederci cosa

succederebbe, in un occhio miope, se si accendesse una lampadina sulla fovea e da qui originassero dei raggi luminosi divergenti, in grado di uscire attraverso la pupilla attraversando l'obiettivo oculare seguendo un percorso contrario a quello naturale. I raggi originano dalla fovea e quindi, all'interno dell'occhio, il loro fronte d'onda corrisponde a quello ottimale, rappresentato da una calotta sferica con la concavità verso la retina e il centro in corrispondenza della fovea. Cosa succede però quando questi raggi escono dall'occhio attraverso l'obiettivo oculare. Sappiamo che nel caso della miopia sono a fuoco gli oggetti vicini e non quelli all'infinito, a causa di una eccessiva potenza dell'obiettivo rispetto alla lunghezza del bulbo. In un occhio miope questi raggi non escono dall'occhio paralleli, ma convergenti per

Figura 31

luminosi divergenti che attraversano a ritroso l'obiettivo oculare.

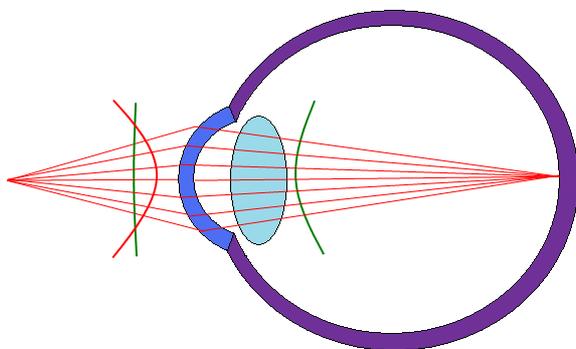


Figura 32

focalizzare in un punto a distanza ravvicinata. Tanto per esprimere le cose in un linguaggio più abituale in oculistica possiamo dire che focalizzano in corrispondenza del punto remoto, che nel caso dell'occhio miope non coincide con l'infinito, ma con un punto vicino. Il fronte d'onda quindi non è più un piano, ma una calotta sferica con la concavità rivolta verso l'esterno dell'occhio, nella direzione del punto di convergenza. La figura 32 illustra il fenomeno nell'occhio miope. Bisogna immaginare che i raggi luminosi siano diretti da destra verso sinistra e si può osservare il fronte d'onda corrispondente (rosso) così come viene registrato dall'aberrometro, sovrapposto a quello piano (verde) di riferimento.

A questo punto possiamo fare lo stesso discorso nel caso dell'ipermetropia. Sappiamo che in questo caso i raggi luminosi, che entrano nell'occhio, provenienti dall'infinito, focalizzerebbero dietro alla retina.

La figura 33 illustra schematicamente quello che avviene. I raggi entrano nell'occhio sempre paralleli con un fronte d'onda piano. Una volta attraversato l'obiettivo oculare però non focalizzano sulla retina, ma in un punto situato sull'asse ottico dietro di essa, a causa di una scarsa potenza dell'obiettivo oculare. All'interno dell'occhio il fronte d'onda è sempre rappresentato da una calotta sferica, ma con una curvatura inferiore rispetto a quello di riferimento.

Rifacciamo adesso lo stesso discorso di prima.

Immaginiamo che, in un occhio ipermetrope, i raggi luminosi originino dalla fovea e da qui escano dall'occhio attraverso l'obiettivo e proviamo ad

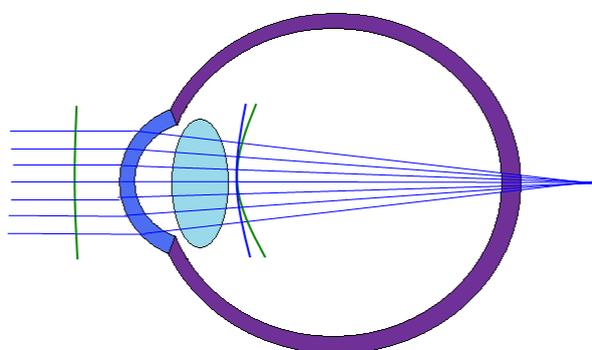


Figura 33

immaginare quale direzione prenderanno.

Il potere dell'obiettivo è inferiore a quello dell'occhio emmetrope e quindi non sufficiente per rendere paralleli questi raggi divergenti. Il fascio in uscita sarà formato da raggi ancora divergenti in accordo col fatto che il punto remoto dell'occhio ipermetrope è situato oltre l'infinito.

La figura 34 illustra il fenomeno. I raggi luminosi, che bisogna sempre immaginare diretti da destra a sinistra, escono dall'occhio divergenti e l'aberrometro registrerà un fronte d'onda con la forma di una calotta sferica con la concavità rivolta verso l'occhio, con una direzione opposta rispetto a quella della miopia.

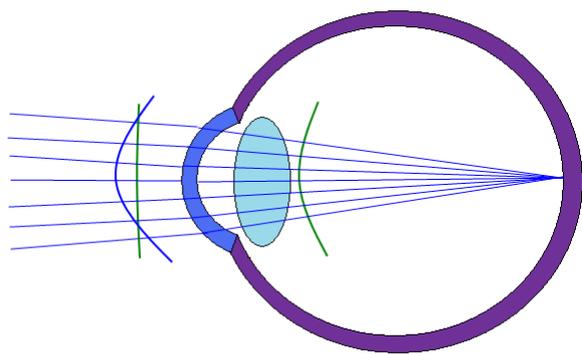


Figura 34

Gli aberrometri poi ci presentano il fronte d'onda aberrato come una immagine bidimensionale o

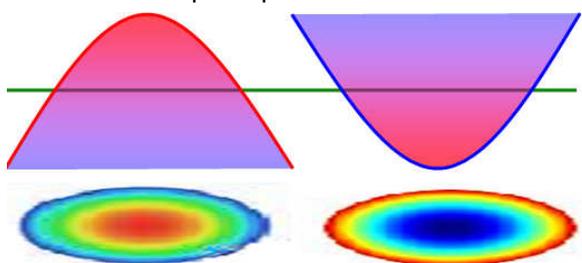


Figura 35

tridimensionale a cui vengono attribuiti dei colori a seconda della posizione rispetto al piano del fronte d'onda ideale. A questo punto in genere si dice che ormai gli oftalmologi hanno acquisito una buona dimestichezza con queste mappe a colori grazie all'esperienza maturata con la topografia corneale. In realtà la cosa rischia invece di creare confusione. La topografia mostra mappe di curvatura, in cui ormai istintivamente si associa il colore rosso ad una zona di maggiore rifrangenza mentre quello blu è destinato alle zone di rifrangenza minore. Nell'aberrometria le cose

sono molto diverse, i colori rossi o blu esprimono la posizione relativa rispetto al fronte d'onda normale considerato come un piano e non sono esattamente l'espressione della rifrangenza. Nella figura 35 è descritta la rappresentazione del defocus. A sinistra c'è una calotta che vuole rappresentare il fronte d'onda della miopia, a destra quello dell'ipermetropia, mentre la linea verde descrive quello piano di riferimento. Le porzioni del fronte d'onda che giacciono prima (o sopra in questo caso) della linea verde vengono colorate in rosso, quelle che giacciono dopo in blu, il tutto attraverso un gradiente di colori che passa attraverso le varie sfumature di verde e di giallo. Quindi la mappa di sinistra, quella con il rosso al centro, rappresenta la miopia, mentre quella di destra, con il blu al centro, l'ipermetropia.

Ribadisco che in questi casi i colori rossi e blu non hanno nulla a che vedere con aree di maggiore o minore rifrangenza, in questo caso si tratta di defocus e la rifrangenza è uguale su tutta la superficie del fronte d'onda. Se facessimo una topografia corneale a questi occhi, che presentano solo un defocus senza altre aberrazioni, probabilmente ci troveremmo una mappa uniforme, completamente verde o al massimo con una lieve prolatura centrale.

L'attribuzione dei colori è naturalmente frutto di una convenzione e qui compare il primo problema perché non tutti adottano lo stesso sistema. La descrizione precedente si riferisce all'analisi applicata dalla OPD (Optical Path Difference), mentre nel caso si applichi quella del WFE (Wavefront Error) i segni, e quindi i colori, sono invertiti. Purtroppo non c'è ancora un comportamento univoco, a volte è possibile selezionare il sistema desiderato, ma molto spesso nelle videate e nelle stampe dei vari apparecchi non è chiaramente indicato a quale dei due si fa riferimento. Questo evidentemente aumenta la confusione e a questo punto se c'è qualche oftalmologo che si sta arrabbiando nel vedere come una semplice incapacità di comunicazione stia ulteriormente complicando un argomento già così difficile, si può consolare pensando che loro stessi, nel trattare un argomento complicato come l'astigmatismo, hanno ideato il sistema Tabo e quello Internazionale. Facciamo adesso qualche esempio, tanto per vedere come si presenta il defocus in un esame aberrometrico. Nella figura 36 sono mostrati tre casi. La prima immagine corrisponde ad una miopia piuttosto elevata, mentre in quella centrale è mostrata sempre la mappa di una miopia, ma di minore entità. Come si vede in entrambi i casi il rosso occupa il centro della mappa, mentre in periferia i colori virano lentamente verso il blu. Nella parte inferiore di ogni figura compare la curva corrispondente al meridiano e in entrambi i casi l'apice corrisponde ai valori negativi. Nella figura di destra compare invece l'immagine di una ipermetropia che presenta il blu al centro. Da osservare che la curva del meridiano ha la concavità diretta nell'altro senso, con l'apice in corrispondenza dei valori positivi. Da puntualizzare che in tutti questi casi non è stata mostrata l'aberrazione totale degli occhi in questione, ma è stata "estratta" solo la componente relativa al defocus.

In Oculistica tradizionalmente si descrivono raggi luminosi che viaggiano orizzontalmente, in modo simile a quello che succede quando entrano all'interno di un occhio. Le mappe aberrometriche sono invece raffigurate in orizzontale come se i raggi provenissero dall'alto, nessun problema bisogna solo farci un po'

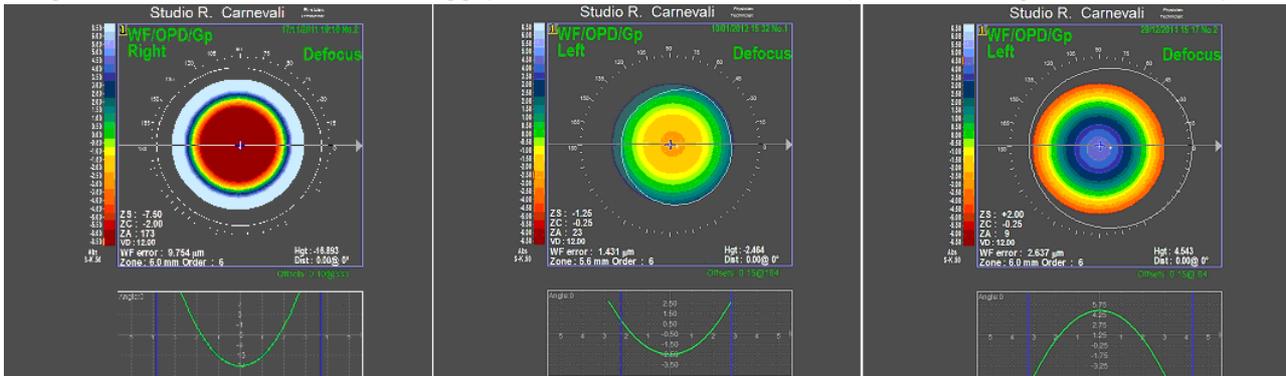


Figura 36

l'abitudine. Del resto si tratta di superfici calcolate ed inserite in un sistema di assi cartesiani e quindi è evidente che siano posizionate in questo modo. Non dimentichiamo poi che l'aberrometria è nata per l'astronomia e i telescopi sono in genere puntati in alto, questa rappresenta quindi la raffigurazione naturale delle aberrazione dei raggi luminosi che da loro vengono catturati. L'oftalmologia ha solo adottato una scienza nata per altri scopi e a cui in qualche modo si deve adattare.

L'astigmatismo

Descrivere il fronte d'onda di un astigmatismo non è semplice. Consideriamo che un obiettivo astigmatico ha un meridiano più rifrangente ed uno meno rifrangente perpendicolari tra di loro mentre i meridiani intermedi avranno un potere refrattivo intermedio. Sulla superficie del fronte d'onda, ad ogni meridiano corrisponde un arco di circonferenza a diverso raggio di curvatura, tanto minore quanto maggiore è la rifrangenza. Il fronte d'onda globale sarà una superficie torica, distesa su queste linee sferiche. Andiamo però nei dettagli e, tanto

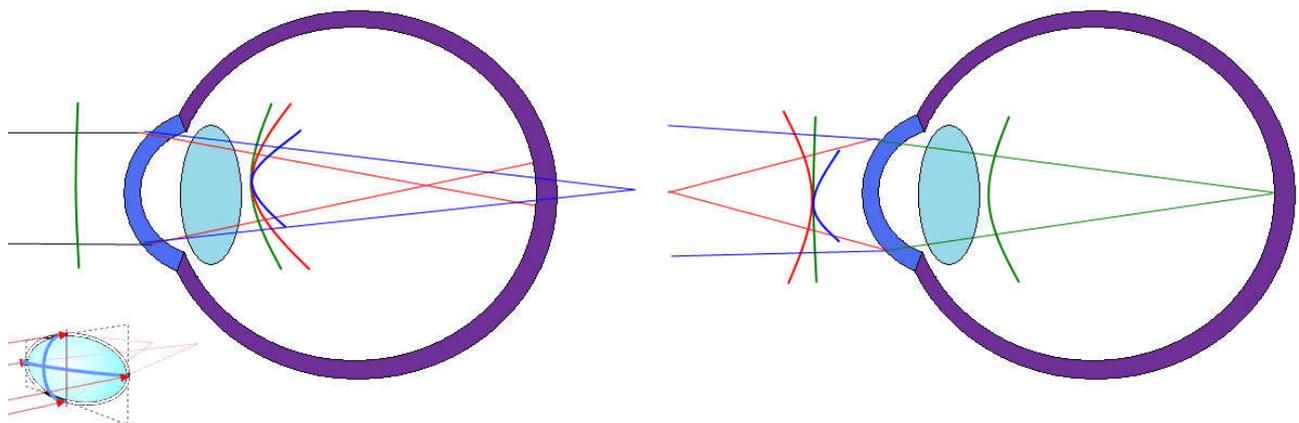


Figura 37

per farci capire dagli oftalmologi, diciamo che parleremo di astigmatismo misto. La figura 37 è simile a quella mostrata per spiegare il defocus. Come sempre esaminiamo prima il fronte d'onda dal punto di vista "oculistico", valutando cioè quello che succede seguendo il cammino dei raggi luminosi all'interno del bulbo e poi dal punto di vista aberrometrico. Nell'immagine di sinistra l'occhio è come sempre raggiunto da un fascio di raggi luminosi paralleli, a destra dell'obiettivo c'è l'immagine del fronte d'onda ideale, di forma sferica, rappresentato dalla linea verde. Quella rossa e quella blu si riferiscono invece all'astigmatismo. La rossa al meridiano più rifrangente, quindi più curva, la blu a quello meno rifrangente. I due meridiani sono perpendicolari tra di loro e la linea blu deve essere immaginata come orizzontale. Il fronte d'onda sarà una superficie distesa tra questi due che adatta la propria forma per adeguarsi alla progressiva modificazione della curvatura. In sostanza si tratta di una superficie torica.

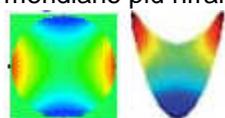


Figura 38

Nell'immagine di destra sono invece disegnati i due meridiani come sono misurati dall'aberrometro e bisogna immaginare che i raggi luminosi siano diretti da destra verso sinistra, originando dalla fovea per uscire dall'occhio attraverso l'obiettivo seguendo il cammino opposto rispetto alla direzione naturale. La linea verde corrisponde al piano che rappresenta il fronte d'onda

ideale. La linea rossa, corrispondente al meridiano più rifrangente quindi miope dato che stiamo parlando di astigmatismo misto. Come nella miopia avrà la concavità in direzione opposta rispetto all'obiettivo. Quella blu, meno rifrangente, ha la concavità in direzione contraria. Le due curve si incontrano a livello del loro apice e in corrispondenza del piano che rappresenterebbe il fronte d'onda normale. Il fronte d'onda dell'astigmatismo ha quindi la forma di una sella, mentre la rappresentazione bidimensionale mostra una sorta di clessidra, che ricorda quella mostrata dalle topografie corneali proprio negli astigmatismi. Attenzione però a non cadere in errore. La topografia mostra un gradiente di curvatura, gli aberrometri invece mostrano la forma del fronte d'onda per di più misurato in un modo diverso da quello reale. Le due cose non sono del tutto paragonabili. Le aree colorate in rosso si riferiscono a quelle che stanno dietro al fronte d'onda ideale e quindi al meridiano meno rifrangente. La figura 38 mostra infatti lo schema del fronte d'onda di un astigmatismo secondo regola con il meridiano verticale più curvo. La distribuzione dei colori è esattamente l'opposto rispetto a quello che ci si aspetta da una topografia, che in questo caso evidenzerebbe una clessidra rossa verticale. Tutto questo è vero se ci si riferisce all'analisi OPD, mentre per quella del WFE la situazione sarebbe opposta. In ogni caso non bisogna lasciarsi ingannare; l'abitudine alle topografie infatti induce a collegare il colore rosso alle zone più curve, cioè quelle a maggiore rifrangenza, regola che nelle aberrometrie non è affatto rispettata.

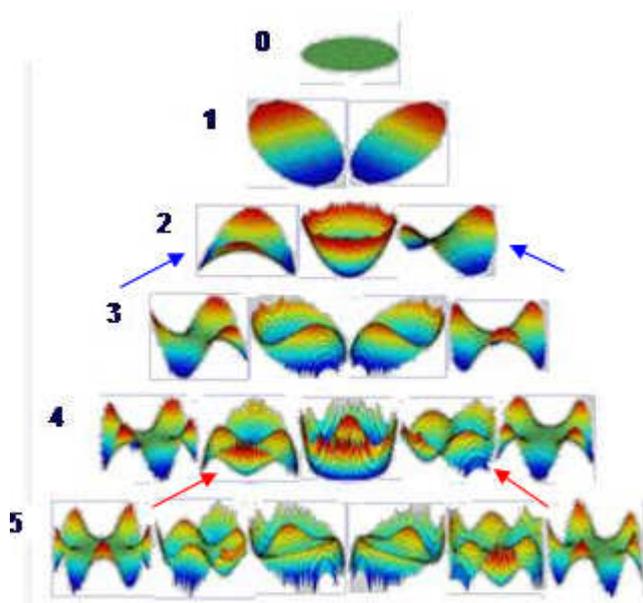


Figura 39

Per il momento è inutile spiegare in cosa consiste perché bisogna avere un'idea dei polinomi di Zernike, anche se si intuisce che rappresenta il grado di complessità di ogni singola aberrazione. Finora abbiamo considerato quelle di secondo ordine, presenti nella riga contrassegnata col numero due. Come si vede ci mostra tre figure; quella centrale corrisponde al defocus, mentre la prima a sinistra è quella dell'astigmatismo. La terza figura è però ancora la rappresentazione di un astigmatismo, si tratta della stessa immagine solo che appare ruotata, in pratica mentre il primo è ad asse verticale il secondo è obliquo. Si tratta di quelle indicate con le frecce blu.

Perché nella piramide di Zernike di astigmatismi ce ne sono due?

La risposta è legata al fatto che per definire un astigmatismo è necessario specificare anche un asse di rotazione. Gli aberrometri non lavorano come gli autorefrattometri o come gli specchietti da schiascopia, ma esaminano ogni singola aberrazione scorporandola dalle altre. Da un fronte d'onda, che rappresenta una aberrazione totale, viene quindi estratta la componente corrispondente all'astigmatismo ad asse verticale, poi la stessa cosa si fa con quella corrispondente all'asse obliquo. Si otterranno quindi due aberrazioni astigmatiche e dalla prevalenza dell'una rispetto all'altra viene fatto il calcolo dell'asse. Se l'astigmatismo è esattamente verticale la seconda componente sarà nulla e tutta l'aberrazione sarà a carico della prima misurazione. Se invece l'astigmatismo non è esattamente a 90 o a 180 gradi, ci sarà un apporto maggiore o minore di entrambe le componenti. Da questo rapporto scaturiscono l'entità e l'asse dell'astigmatismo vero e proprio. Potremmo dire che ognuna di queste due aberrazioni viene posta sul piatto di una bilancia e l'ago determinerà l'asse dell'astigmatismo totale. Questo spiega anche perché esiste una sola mappa per il defocus, dove non c'è un asse da calcolare e dove i meridiani presentano tutti la medesima curvatura.

Un'ultima cosa da osservare. Nella rappresentazione aberrometrica compare al centro il colore verde, mentre il rosso e il blu stanno in periferia, in accordo col fatto che stiamo parlando di astigmatismo misto, cioè quello in cui la conoide di Sturm sta a cavallo della retina. Dove sono gli altri?

Vedremo meglio in seguito che il problema non si pone. I polinomi di Zernike hanno la capacità di estrarre da un fronte d'onda ogni singola aberrazione indipendentemente dalle altre. Tutte quante vengono considerate come se stessero a cavallo del fronte d'onda piano ideale, quindi tutti gli astigmatismi vengono visualizzati nello stesso modo. La loro posizione rispetto al piano retinico deve essere dedotta dalla contemporanea valutazione del defocus. La regola vale anche per le altre aberrazioni, sferica, coma ecc. Facciamo adesso una prima incursione nella piramide di Zernike. Le immagini dei diversi fronti d'onda sono inserite in una struttura a piramide e le linee sono numerate da 1 a 5. Questi numeri rappresentano l'ordine di ciascuna aberrazione.

D'accordo però sul fatto di esaminare le entità di due astigmatismi ad assi differenti e di ricavare l'astigmatismo totale in base al calcolo dell'apporto relativo di ciascuna delle due componenti, ma perché usare un astigmatismo ad assi verticali ed uno ad assi obliqui e non uno secondo regola e l'altro contro

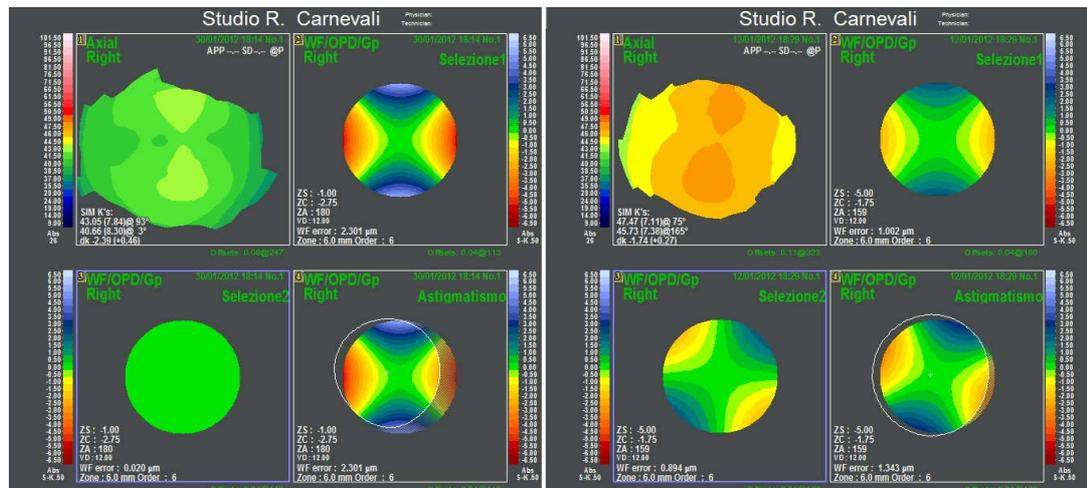


Figura 40

regola? Questo sarebbe istintivamente il modo di pensare di un oftalmologo, e renderebbe anche più facile una valutazione complessiva. Il motivo risiede sempre nel modo in cui le mappe aberrometriche vengono

calcolate con i polinomi di Zernike. Le mappe degli astigmatismi, contrariamente a quello che avviene nel defocus, presentano meridiani a curvatura differente. I polinomi di Zernike valutano questa variazione radiale

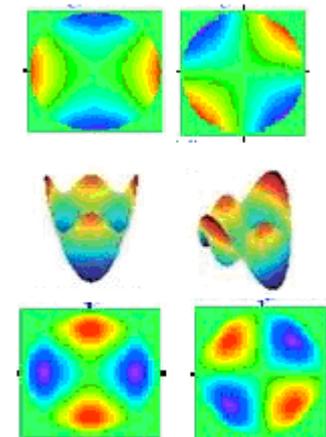


Figura 41

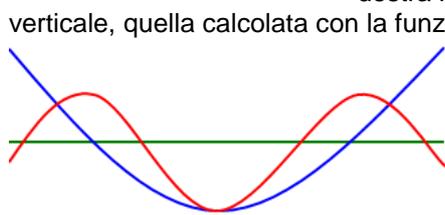


Figura 42

di curvatura mediante una funzione trigonometrica, che esprime la curva sinusoidale che si incontra percorrendo la mappa attraverso una circonferenza equidistante dal centro, in pratica un parallelo. Adesso non è necessario comprendere a fondo questo argomento, che comunque verrà sviluppato in seguito. Basti sapere che l'astigmatismo secondo regola è espresso mediante una funzione di coseno. Quello contro regola è calcolato con la stessa funzione, solo che cambia di segno. L'astigmatismo obliquo invece si esprime attraverso una funzione di seno e quindi dal punto di vista matematico è più adatta per essere scorporata e poi paragonata alla precedente. Il discorso sarà più chiaro quando si illustreranno in dettaglio i polinomi di Zernike.

Questo argomento merita una precisazione più dettagliata che ci permette di comprendere meglio come gli aberrometri sviluppano le mappe. Nella figura 40 a sinistra vengono mostrate 4 immagini, tutte appartenenti allo stesso occhio. La prima in alto a sinistra rappresenta la topografia assiale della cornea, in scala assoluta. Come si vede c'è una classica clessidra verticale tipica di un occhio con un astigmatismo secondo regola con asse a 90°. La figura in alto a destra mostra la mappa aberrometrica corrispondente all'astigmatismo verticale, quella calcolata con la funzione di coseno, mentre la mappa in basso a sinistra esprime la componente astigmatica ad asse obliquo. Come prevedibile, trattandosi di un astigmatismo perfettamente verticale, quest'ultima componente è nulla e viene espressa con un colore uniforme. L'ultima immagine, quella in basso a destra, esprime l'astigmatismo totale e risulta dalla somma delle due precedenti. Come si vede è praticamente identica a quella che sta sopra riferita alla componente verticale, dato che l'astigmatismo obliquo è nullo.

Le quattro immagini a destra, sempre nella figura 40, mostrano la stessa cosa, solo che in questo caso viene esaminato un occhio con un astigmatismo con asse a 75°, come si può dedurre dalla topografia corneale, sempre mostrata in alto a sinistra. Anche in questo caso la mappa in alto a destra esprime la componente verticale dell'astigmatismo, mentre quella in basso a sinistra quella obliqua. In questo caso sono rappresentate entrambe e l'astigmatismo totale, sempre espresso dalla mappa in basso a destra, è una combinazione delle due precedenti.

Le sorprese però non sono finite. Se andiamo ad osservare meglio la piramide di Zernike vediamo che, nella fila numero quattro, quella corrispondente alle aberrazioni di quarto ordine, ci sono altre due immagini che rappresentano degli astigmatismi. Si tratta della seconda e della quarta, sono indicate, sempre nella piramide, dalle frecce rosse e sono denominate "secondo astigmatismo". Nella figura 41 sono riportate le immagini bidimensionali e tridimensionali corrispondenti. Per prima cosa si osserva che i colori sono invertiti rispetto agli astigmatismi di secondo ordine, se nel primo il meridiano verticale è il più rifrangente, nel

secondo astigmatismo è quello meno rifrangente e viceversa. Questa però non è la sola differenza, l'altra riguarda la forma di ogni singolo meridiano, che nel secondo astigmatismo prevede una ulteriore variazione della curvatura. Nella figura 42 la linea blu indica la forma di un meridiano nel caso di astigmatismo, mentre la linea rossa indica la forma dello stesso meridiano nel secondo astigmatismo. Come si vede dopo un iniziale aumento in una direzione, fino a raggiungere un valore massimo, si verifica una inversione con progressiva diminuzione verso la periferia. La mappa tridimensionale illustra bene questo fenomeno. Questa considerazione può lasciare perplesso qualche oftalmologo, che ha sempre considerato che di astigmatismi ce n'è uno solo, che si corregge con lenti cilindriche, e non ha mai sentito la necessità e

nemmeno ha l'intenzione di introdurre un secondo, che gli complicherebbe soltanto la vita. Gli astigmatismi però, anche se della stessa entità diottrica, non sono tutti uguali e le topografie hanno insegnato che possono corrispondere a clessidre

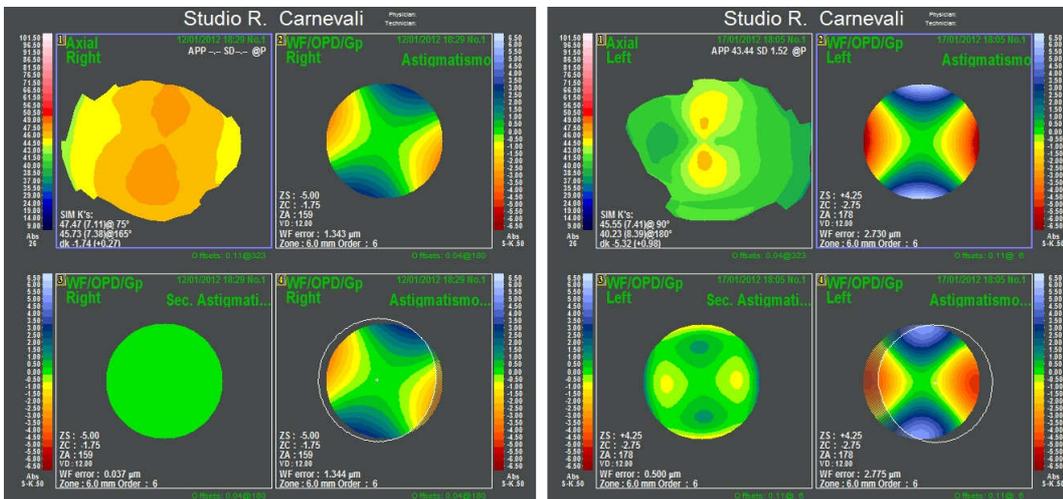


Figura 43

topografiche differenti per forma, dimensione o estensione periferica. Adesso però c'è da dire che ci siamo avventurati nelle aberrazioni di ordine elevato, che in genere non hanno troppa influenza nell'economia della visione. Tuttavia per capire l'importanza di considerarle bisogna sempre fare riferimento al modo di lavorare dei polinomi di Zernike. Questi valutano un fronte d'onda aberrato e da questo devono estrarre ogni singola componente. Se vogliamo che quelle che maggiormente ci interessano siano presentate nel modo migliore senza interferenze, occorre che l'apparecchio sappia calcolare anche quelle di ordine elevato, se non altro per eliminarle dal calcolo delle altre.

Vediamo di chiarire meglio le cose con un paio di esempi. Consideriamo le quattro immagini a sinistra nella figura 43. Viene sempre raffigurato un astigmatismo, la prima immagine in alto a sinistra mostra la consueta mappa corneale con la classica clessidra. In alto a destra viene mostrata la mappa aberrometrica corrispondente al primo astigmatismo risultante, come si è detto prima, dalla somma di quello verticale e di quello obliquo. In basso a sinistra c'è la mappa del secondo che in questo caso è completamente assente, infatti c'è un colore verde uniforme. In basso a destra compare la mappa che comprende sia il primo che il secondo astigmatismo, in pratica la somma dei due precedenti. Come si vede è uguale a quella del primo che sta sopra, infatti il secondo è assente. Possiamo dire che quest'occhio ha un astigmatismo regolare con una rifrangenza maggiore sul meridiano a 75° e minore su quello perpendicolare, ma ognuno ha una curvatura costante, senza variazioni dal centro alla periferia. Nel secondo esempio, mostrato nelle immagini a destra, sempre nella figura 43, la clessidra della mappa corneale è diversa dalla precedente, è più piccola, e già da questo possiamo dedurre che la curvatura del meridiano non è costante e presenta in periferia un appiattimento. La mappa del secondo astigmatismo mostra infatti delle aberrazioni che esprimono questa variazione di potere. La mappa in basso a destra mostra la somma dei due astigmatismi, primo e secondo e si può osservare come sia diversa da quella sovrastante relativa al primo.

Lo stesso discorso che è stato fatto adesso per il secondo astigmatismo si riproporrà anche per l'aberrazione di coma, anche in questo caso vale lo stesso discorso e vedremo come si dovrà prendere in considerazione la presenza di una seconda coma. A pensarci bene però la stessa cosa andrebbe considerata anche per il defocus, anche qui potrebbe verificarsi un ulteriore incurvamento della superficie in periferia. Come mai nella piramide di Zernike non troviamo un secondo defocus? In realtà esiste, solo che si chiama aberrazione sferica.

L'aberrazione sferica

Nella piramide di Zernike la troviamo in quarta fila, si tratta quindi di una aberrazione di ordine elevato. E' la

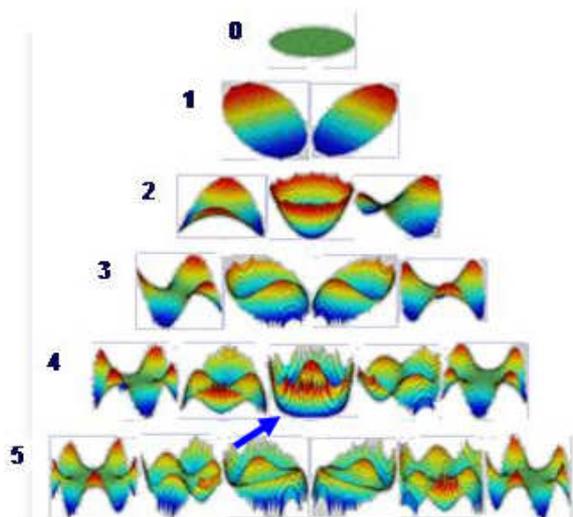


Figura 44

caustica, rappresentata in questo caso da un segmento, stia a cavallo del piano retinico. Come si è fatto per

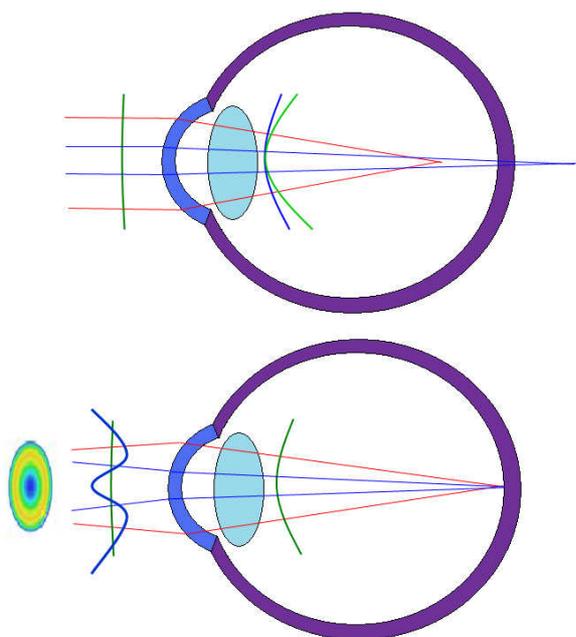


Figura 46

naturale dei raggi luminosi. Il fronte d'onda normale, prodotto dai raggi che focalizzerebbero sulla fovea, è rappresentato dalla curva verde, mentre quello aberrato da quella rossa. Possiamo affermare che in questo caso il fronte d'onda che si forma all'interno dell'occhio è rappresentato, non da una calotta sferica, ma da una superficie parabolica la cui curvatura va progressivamente diminuendo dal centro verso la periferia. Si è già detto che una superficie con questa forma può essere definita prolata. Il termine è stato descritto parlando della forma dell'ottica, mentre adesso riguarda fronte d'onda, ma come si è visto spesso le due cose si assomigliano. Volendo chiarire meglio le cose, in un linguaggio più consono a chi si occupa di patologie oculari, potremmo dire che l'obiettivo oculare è "miope" al centro e "ipermetropo" in periferia. I raggi parassiali focalizzano infatti davanti alla retina, mentre quelli periferici finirebbero dietro. All'interno dell'occhio quindi il fronte d'onda avrà sempre la concavità rivolta verso la retina, ma la sua curvatura sarà maggiore al centro, mentre in periferia andrà progressivamente appiattendosi, in accordo col fatto che i raggi periferici focalizzano dietro la retina.

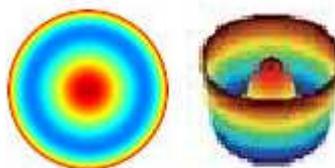


Figura 45

terza, cioè quella centrale, ed è indicata dalla freccia. Si trova sotto al defocus, che però è nella seconda linea ed in effetti rappresenta una complicazione del defocus. Pur essendo una aberrazione di ordine elevato non la possiamo trascurare, perché nel meccanismo della visione ha una certa importanza, che è già stata descritta precedentemente.

E' interessante però esaminare il fronte d'onda reale che si forma all'interno dell'occhio. La cosa è illustrata nelle figure 46 e 47 dove nella prima è rappresentata una aberrazione positiva, con i raggi luminosi periferici che focalizzano davanti a quelli centrali. Nella figura 47 c'è quella negativa con i raggi periferici che vanno invece a fuoco dopo quelli parassiali. Ricordiamo che, come sempre accade in aberrometria, si ipotizza che la caustica, rappresentata in questo caso da un segmento, stia a cavallo del piano retinico. Come si è fatto per l'astigmatismo potremo quindi anche qui parlare di aberrazione sferica "mista". Consideriamo prima la figura 47, quella con l'immagine corrispondente all'aberrazione sferica negativa, è più semplice da spiegare. Esaminiamo prima quello che succede realmente all'interno dell'occhio seguendo il cammino

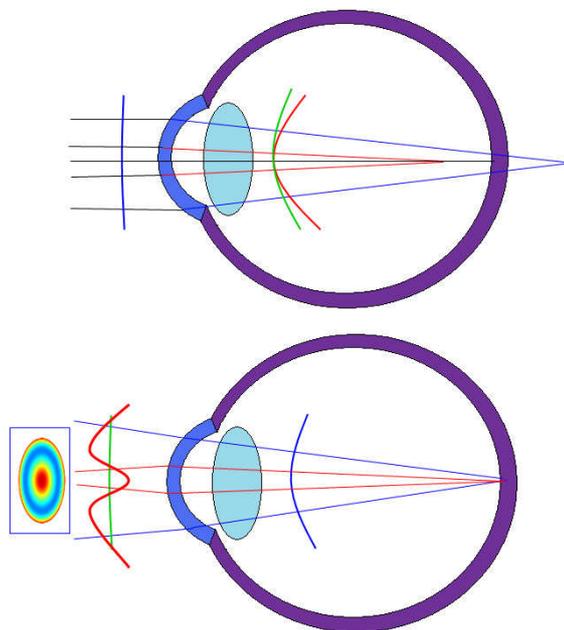


Figura 47

Vediamo adesso cosa succederebbe se i raggi originassero dalla fovea per poi uscire dall'occhio, cioè andiamo ad esaminare il fascio "in uscita", che è poi quello analizzato dall'aberrometro. Nella parte centrale i raggi uscirebbero convergenti, quindi il fronte d'onda corrisponde a quello generato da un occhio miope e quindi con la concavità rivolta verso l'esterno. Mano a mano che ci si sposta in periferia l'obiettivo diminuisce progressivamente il proprio potere per poi diventare ipermetropo. La curva che lo rappresenta cambia quindi forma e la concavità si inverte in modo tale che nella zona periferica è diretta verso l'occhio, così come

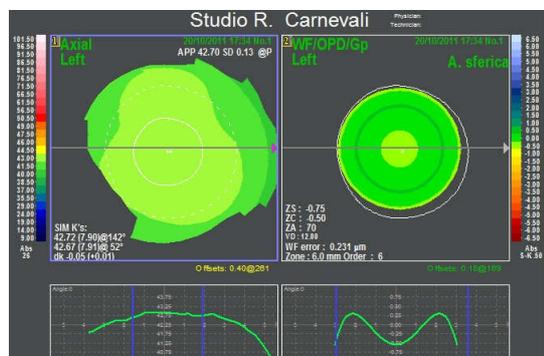


Figura 48

ha sempre la forma di un cappello a sombrero che però risulta "rivoltato" rispetto al caso precedente. Nella rappresentazione bidimensionale in scala di colori la parte centrale sarà colorata di blu per poi diventare



Figura 49

debolmente negativa, con i colori caldi al centro. Poiché la superficie corneale è sostanzialmente normale,

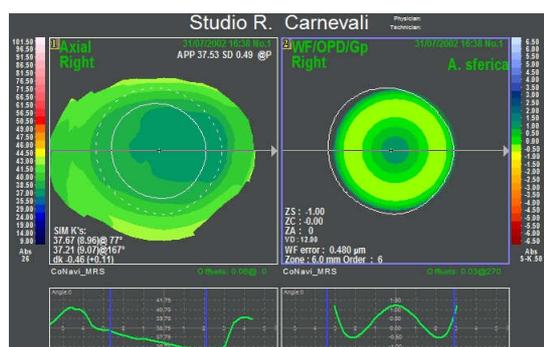


Figura 50

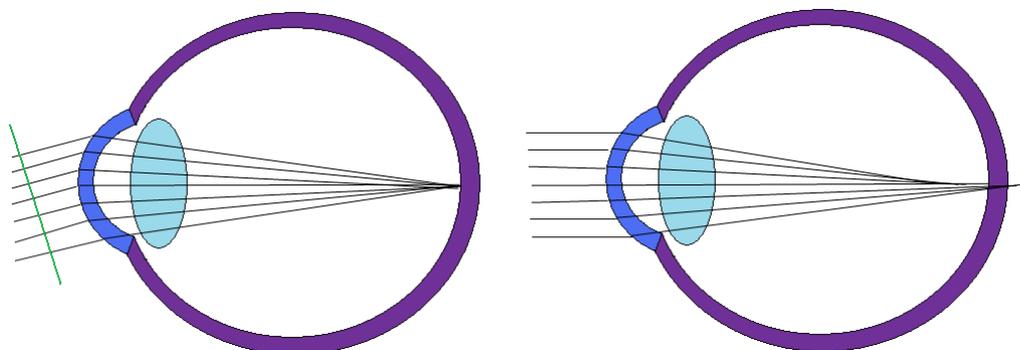
con una regolare prolatura si deve dedurre che l'aberrazione sferica è a carico del cristallino o della faccia posteriore della cornea, la mappa mostra infatti l'aberrazione sferica totale dell'intero obiettivo. Parleremo in seguito della topoaberrometria e vedremo come è possibile ricavare anche le aberrazioni determinate dalla sola superficie anteriore della cornea. Nella parte inferiore della figura è mostrato il profilo del meridiano orizzontale e si può notare la tipica curva dell'aberrazione sferica con le sue oscillazioni che fanno sì che incroci per ben quattro volte la superficie piana di riferimento. Per ora è prematuro parlarne, ma vedremo in seguito che è proprio questo il motivo per cui si tratta di una aberrazione di quarto ordine. Inoltre la parte centrale della curva interessa i valori negativi, mentre

perifericamente risale verso quelli positivi per poi ridiscendere di nuovo. La figura 49 mostra una cornea sottoposta ad intervento di chirurgia refrattiva per ipermetropia, dove si genera una iperprolatura centrale, evidente dalla mappa assiale. In questo caso è comprensibile come si ottenga una aberrazione sferica negativa più accentuata. L'ultima figura mostra invece una cornea sottoposta a trattamento refrattivo per miopia, la superficie è oblatà e come ci si aspetta l'aberrazione sferica è positiva, con il blu al centro. La curva che esprime la forma del meridiano presenta sempre la stessa forma ma con le concavità invertite rispetto agli esempi precedenti. E' curioso osservare che, nel caso dell'aberrazione sferica, il fronte d'onda ricostruito dagli aberrometri, che utilizzano un piano come sistema di riferimento, finisce con l'essere più complesso rispetto a quello reale, che si forma all'interno dell'occhio e che sarebbe semplicemente rappresentato da una superficie parabolica.

Il tilting

Questa aberrazione viene spesso trascurata. Molti oftalmologi non sanno nemmeno che esiste ed in effetti non è mai possibile evidenziarla da sola in un obiettivo oculare, ma la sua valutazione serve nel calcolo globale delle aberrazioni. Eppure non la si può definire di elevato ordine in quanto appartiene addirittura al primo, quindi meno del defocus e dell'astigmatismo.

Paradossalmente è facile descriverla spiegando come viene rilevata da un aberrometro. E' invece molto più



difficile descrivere come può essere fatta un'ottica oculare in grado di determinarla. L'aberrazione di tilting si può definire come quella che si realizza quando un aberrometro, che registra i raggi luminosi che escono dall'occhio, rileva un fascio parallelo, ma inclinato rispetto a

Figura 51

quello ideale. In questo modo i raggi aberrati formano un fronte d'onda, che è sempre rappresentato da un piano, con la differenza che si presenta inclinato rispetto a quello di riferimento. In pratica si determina un effetto prismatico.

Come si sa gli aberrometri proiettano un punto luminoso sulla fovea e registrano i raggi luminosi che si dipartono da questa ed escono dall'occhio percorrendo a ritroso l'obiettivo oculare. Da questo punto di vista è relativamente facile comprendere come si possa realizzare una aberrazione di questo genere. molto più difficile è fare il discorso contrario; cioè stabilire come si presenta in realtà un obiettivo oculare in grado di determinare una aberrazione di tilting. Per spiegarlo immaginiamo di avere un tilting con un gradiente verticale. In questo caso l'obiettivo oculare è più rifrangente in alto, mentre il suo potere si va progressivamente riducendo mano a mano che ci si sposta in basso. Gli aberrometri funzionano come se una sorgente luminosa si accendesse sulla fovea. In questo caso un fascio di raggi luminosi divergenti finirebbe con l'essere trasformato effettivamente in un fascio di raggi paralleli però con una direzione inclinata. Le due situazioni sono schematicamente rappresentate nella figura 51.

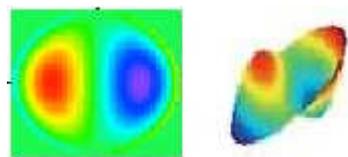
E' vero che non si incontrerà mai un occhio che ha solo questa aberrazione, ma è possibile riscontrare una differenza di potere diottrico tra una zona e l'altra dell'obiettivo. Un sistema che tiene conto di questa aberrazione e riesce a scorporarla dalle altre, permette sicuramente una analisi accurata.

Il tilting è una aberrazione che richiede l'indicazione di un asse, come accade per gli astigmatismi. Come in questo caso ci dobbiamo quindi aspettare la rappresentazione di due tilting ad assi differenti. Queste sono infatti le uniche due aberrazioni che si evidenziano nella piramide di Zernike in corrispondenza di quelle di primo ordine.

Come si è già visto esaminando l'astigmatismo le cose si complicavano perché era necessario tenere conto di un'altra aberrazione, il secondo astigmatismo, in cui c'era una modificazione dell'orientamento, ma soprattutto della forma dei meridiani. Esiste allora anche un secondo tilting? Effettivamente sì, solo che si chiama aberrazione di coma.

L'aberrazione di coma

L'immagine del fronte d'onda reale di una aberrazione di coma, cioè quello che si forma realmente all'interno



dell'occhio, non è facile da descrivere. L'immagine che rende meglio l'idea è quella della figura 53 già illustrata in precedenza per presentare la forma della superficie ottica che genera l'aberrazione di coma. Questa volta si vuole descrivere il fronte d'onda, ma come si è visto spesso le due superfici si assomigliano. Si tratta di una calotta, sempre concava verso lo schermo, di forma irregolare, che ha un punto di maggiore curvatura decentrato rispetto all'asse ottico. Inoltre la variazione di pendenza non è uguale in tutte le direzioni, ma, in questo caso, più ripida verso il basso e più dolce

Figura 52

verso l'alto. Sulla destra questa forma viene sovrapposta alla calotta sferica corrispondente al fronte d'onda normale, non aberrato, che oltre ad avere una curvatura uniforme presenta anche il centro in corrispondenza dell'asse ottico. L'aspetto ricorda sempre quello di una cornea affetta da cheratocono.

Esaminiamo prima di tutto quello che avviene realmente all'interno dell'occhio e immaginiamo di avere una

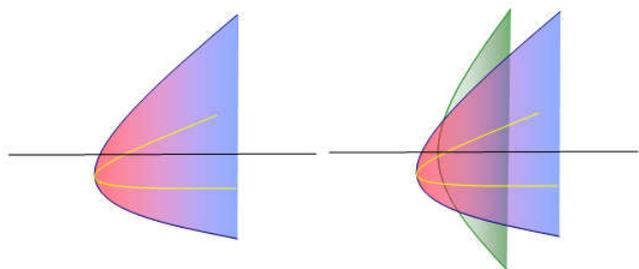


Figura 53

cadono dietro la retina e l'obiettivo diventa progressivamente ipermetrope. Il fuoco dei raggi luminosi non è

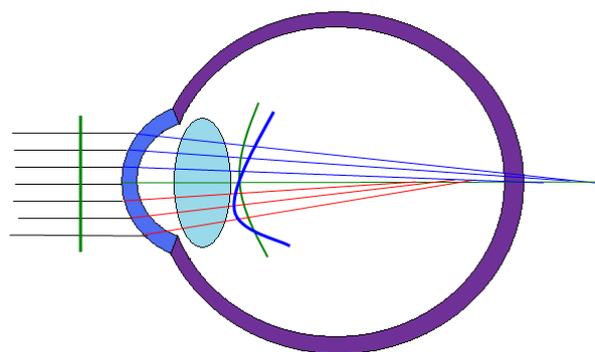


Figura 54

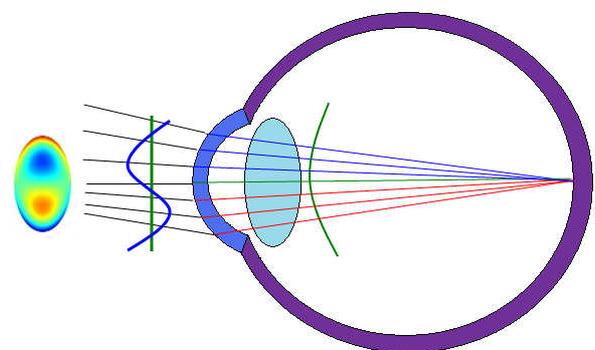


Figura 55

in un punto, ma nemmeno in un segmento in corrispondenza dell'asse ottico come nell'aberrazione sferica; convergono infatti in uno spazio tridimensionale a forma di cometa, da cui l'aberrazione prende appunto il nome. Il fronte d'onda è quello descritto prima e nella figura 54 viene indicato in blu, sovrapposto a quello dell'occhio normale, non aberrato, rappresentato come sempre da una calotta sferica. Adesso consideriamo cosa registrerà l'aberrometro. Come sempre immaginiamo un fascio di raggi luminosi divergenti che originano dalla fovea e attraversano a ritroso l'obiettivo, affetto appunto da aberrazione di coma. Nella porzione inferiore la rifrangenza è maggiore per cui i raggi saranno convergenti per poi raddrizzarsi progressivamente ed assumere una direzione divergente nei settori superiori. Il fronte d'onda sarà quindi formato da una superficie con una doppia concavità, diretta verso l'esterno nei settori inferiori, mentre in alto sarà in direzione dell'occhio. Nella rappresentazione bidimensionale in scala di colori l'aberrometro ci mostrerà una mappa con un'area di colore rosso in basso contrapposta ad una blu nella parte superiore. Questo naturalmente si verifica nella coma generata da un cheratocono, ma è ovvio che in altri casi, come nei decentramenti dei trattamenti refrattivi, l'asse di rotazione potrà variare. Gli aberrometri mostrano anche una mappa tridimensionale che è illustrata nella figura 52. A questo punto conviene fare una considerazione esaminando le differenze che ci sono tra tilting e coma, si tratta infatti di due aberrazioni strettamente imparentate. La differenza è mostrata nella figura 56 in cui viene rappresentato in entrambi i casi un gradiente verticale di variazione del potere, con l'area più rifrangente nei settori inferiori. Nel caso del tilting però non possiamo affermare che i raggi luminosi che escono dall'occhio sono divergenti in alto e convergenti in basso. Il fascio è formato da raggi paralleli, solo che è inclinato. Di conseguenza, in basso ogni singolo raggio può essere considerato parallelo ad un raggio convergente mentre in alto c'è un parallelismo con raggi divergenti, ma in realtà il fascio luminoso è fatto da raggi tutti paralleli tra di loro. Nella coma invece i raggi sono effettivamente convergenti in basso e divergenti in alto e possiamo quindi veramente affermare che in questo caso l'occhio è miope nei settori inferiori per diventare ipermetrope in quelli superiori. Questa variazione delle vergenze comporta una complicazione della forma del fronte d'onda, che dal piano inclinato del tilting, si trasforma in una superficie curva con due oscillazioni del meridiano, che prima si dirige in una direzione, poi si inverte per poi subire una analoga deviazione superando di nuovo la superficie piana di riferimento. Riflettiamo ancora un poco su questo argomento. Nella porzione inferiore l'occhio è miope e quindi il fronte d'onda si presenta, come nella miopia, con la concavità verso l'esterno. Nella porzione superiore invece l'occhio diventa ipermetrope e il fronte d'onda modifica la propria forma generando una concavità rivolta verso l'occhio, così come si verifica nell'ipermetropia. Rispetto al tilting si tratta di una complicazione della forma del meridiano, una cosa analoga è già stata descritta parlando del defocus e dell'aberrazione sferica o dell'astigmatismo e del secondo astigmatismo.

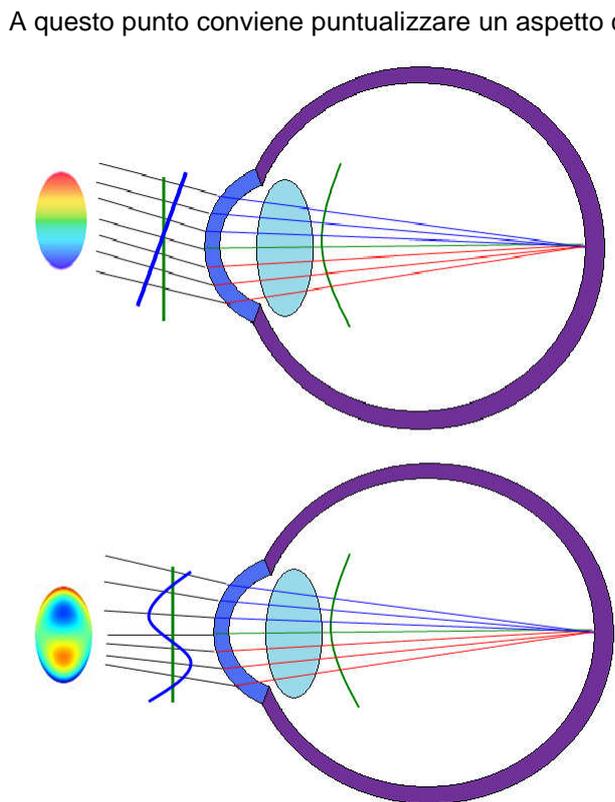


Figura 56

A questo punto conviene puntualizzare un aspetto che forse qualcuno ha già notato e che potrebbe disorientare. Nella figura 56 tra tilting e coma sembrerebbe esserci una inversione nel gradiente verticale dei colori, nel tilting il rosso occupa la parte superiore, mentre nella coma compare in basso.

Questo si può osservare facilmente estraendo separatamente le due componenti in un occhio aberrato ed è in linea con la posizione del fronte d'onda rispetto al piano di riferimento secondo il sistema OPD, quello che sta prima viene colorato in rosso, mentre il blu interessa la porzione di superficie che giace dopo, col WFE i colori sarebbero invertiti. In realtà le cose non stanno proprio così, a ben guardare, nella mappa che illustra la coma, l'estrema porzione inferiore è in realtà occupata dal blu e quella superiore dal rosso, solo che passando dal basso verso l'alto la scala di colori esegue due oscillazioni. Prima si ha il passaggio ai colori caldi con un'area rossa che occupa il centro del settore inferiore, poi il blu ricompare interessando la zona centrale in alto per tornare a virare progressivamente verso il rosso nell'estrema porzione superiore. Il colore verde occupa sempre la parte centrale.

Da un punto di vista clinico è molto più facile immaginare un occhio affetto da aberrazione di coma che non da tilting e il cheratocono ne è il classico esempio, anche se normalmente entrambe vi sono rappresentate. Quando si esamineranno i principi matematici che sono alla base del calcolo delle

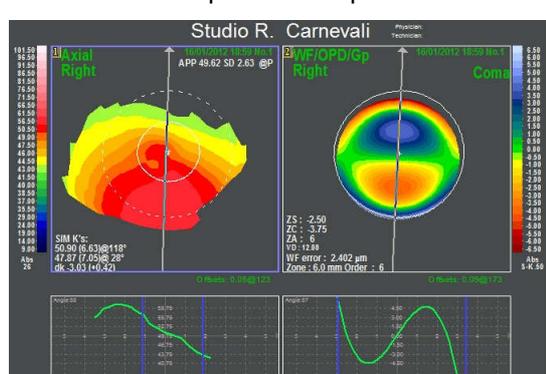


Figura 57

aberrazioni sarà più facile capire come dall'esame delle deviazioni di un fascio luminoso è possibile e

necessario estrarre ogni singola aberrazione, che poi potrà essere sommata alle altre per avere un quadro più dettagliato dell'obiettivo esaminato.

Trovare un esempio di aberrazione di coma è facile, basta prendere un occhio affetto da cheratocono, anche se una certa quota di aberrazione comatica si trova facilmente anche in astigmatismi con clessidre asimmetriche, genericamente definiti "irregolari". La figura 57 mostra comunque l'esempio classico di un cheratocono, con la mappa assiale caratterizzata da uno sfiancamento nei settori inferiori. La cornea ha una rifrazione maggiore in basso, in corrispondenza dell'apice del cono, mentre il potere va diminuendo progressivamente in quelli superiori. Nella mappa assiale potremmo anche individuare un punto di massima e uno di minima curvatura. Nella parte destra è mostrata la mappa corrispondente all'aberrazione di coma, il colore rosso corrisponde alla zona più curva e quello blu alla più piatta, in linea con le differenze di rifrazione della varie zone. Nella parte inferiore è sempre raffigurata la curva che descrive il profilo del meridiano, in questo caso ne è stato scelto uno verticale in modo che attraversi le aree più curve e quelle più piatte per meglio rappresentare le variazioni di curvatura.

Contrariamente a quanto accade nell'aberrazione sferica infatti la forma del meridiano non è sempre la stessa, ma si modifica a seconda dell'asse di rotazione. Questa curva si presenta con la tipica doppia oscillazione, che la porta ad attraversare per tre volte il piano di riferimento, in linea con il fatto che si tratta di una aberrazione di terzo ordine.

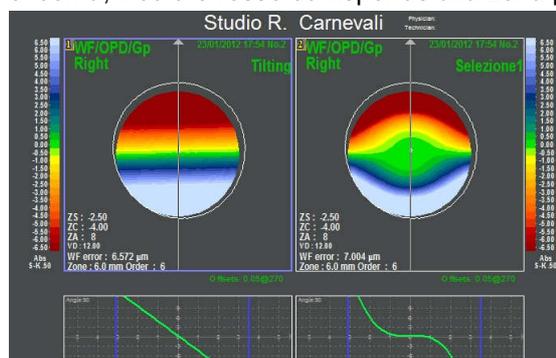


Figura 58

Per meglio precisare quanto si è detto a proposito delle differenze tra tilting e coma, nell'immagine di sinistra della figura 58 viene mostrata la mappa aberrometrica del tilting, sempre riferita allo stesso occhio, mentre a destra è evidenziata quella che associa le aberrazioni di tilting e di coma.

Per meglio precisare quanto si è detto a proposito delle differenze tra tilting e coma, nell'immagine di sinistra della figura 58 viene mostrata la mappa aberrometrica del tilting, sempre riferita allo stesso occhio, mentre a destra è evidenziata quella che associa le aberrazioni di tilting e di coma.

Come si è visto per l'astigmatismo, anche per la coma occorre specificare un asse di rotazione, ed anche questa volta viene determinato dalla valutazione di due aberrazioni ad assi differenti e, dalla predominanza relativa dell'una o dell'altra, verrà determinato l'asse di rotazione. Nella piramide di Zernike compaiono infatti due aberrazioni di coma, sono la seconda e la terza dei polinomi di terzo ordine e sono sotto alle mappe del tilting, che invece compaiono tra quelli di primo ordine.

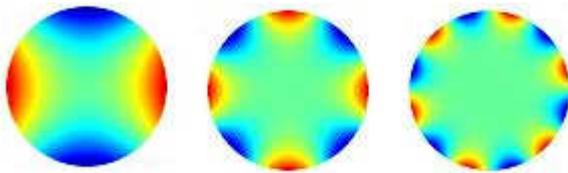
Analogamente a quanto si è fatto per l'astigmatismo, anche questa volta è necessario considerare una seconda coma, in cui la superficie subisce un'ulteriore inversione della curvatura in periferia. Infatti queste due aberrazioni si ritrovano nelle posizioni centrali della linea che mostra le aberrazioni di quinto ordine. E' interessante a questo punto far notare che al primo ordine la stessa posizione è occupata dal tilting, nel terzo ordine dalla coma e nel quinto dalla seconda coma. Si tratta infatti dello stesso tipo di aberrazione in cui si ha una progressiva complicazione nella curvatura dei meridiani e compare sempre in ordini con indice dispari.

Nella posizione centrale, in corrispondenza dell'ordine zero c'è il pistone, nell'ordine due c'è il defocus e nel quattro l'aberrazione sferica. Anche in questo caso c'è una progressiva complicazione della curvatura dei meridiani e tutte compaiono in serie ad indice pari. L'astigmatismo compare solo tra le aberrazioni di secondo ordine, ma direttamente sotto, a livello del quarto si trova il secondo astigmatismo.

Questo rappresenta già un primo indizio che collega tra di loro le varie aberrazioni presenti nella piramide e ci indica quelle che sono in qualche modo imparentate. Vedremo meglio in seguito il significato della posizione nella piramide di ogni singola aberrazione, ma già con queste osservazioni si può cominciare ad orientarsi e a memorizzarne meglio la struttura. Un'ultima considerazione, in genere vengono mostrati gli ordini fino al quinto, ma volendo si può andare oltre ipotizzando un terzo astigmatismo, una terza coma, un esafoglio oppure un eptafoglio.

Il Quadrifoglio

Se qualcuno si sta chiedendo perché non viene trattato prima il Trifoglio basta che pazienti un po' perché il



motivo sarà chiaro tra poco. Occorre prima rivedere qualche concetto già esposto. L'immagine di sinistra della figura 59 mostra la mappa bidimensionale in scala di colori di un astigmatismo ad asse verticale. Secondo la scala OPD si tratta di un astigmatismo secondo regola, con il meridiano verticale più rifrangente, il contrario per il sistema WFE. Possiamo dire però che c'è un meridiano più rifrangente perpendicolare ad uno meno rifrangente. I meridiani

Figura 59

intermedi avranno curvatura intermedia. C'è quindi un solo meridiano che presenta il valore di massima curvatura mentre solo in quello perpendicolare sarà minima. Tutti gli altri avranno una curvatura intermedia.

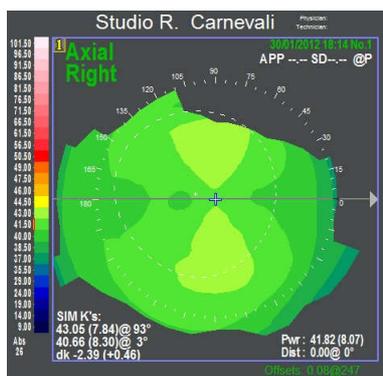


Figura 60

Una buona analisi aberrometrica però deve prevedere tutte le possibilità e quindi nel quadrifoglio, raffigurato nell'immagine centrale, si ipotizza che ci siano due meridiani a massima rifrangenza e altri due a rifrangenza minima. Come sempre quelli intermedi saranno a curvatura intermedia. D'accordo che nessun obiettivo presenta esattamente un fronte d'onda con questo aspetto, ma l'analisi di Zernike serve a determinare l'incidenza di questa aberrazione estraendola da quella totale. Per rendere più chiaro il discorso bisognerebbe comprendere come funzionano esattamente i polinomi di Zernike e l'argomento verrà affrontato in seguito. Per il momento possiamo anticipare che l'analisi aberrometrica serve a calcolare la superficie corrispondente a questo fronte d'onda, che meglio si adatta alle aberrazioni che interessano l'obiettivo esaminato.

Naturalmente questa analisi può continuare ipotizzando la presenza di tre meridiani a massima curvatura a cui ne corrispondono altri tre a curvatura minima. E' il caso dell'esafoglio rappresentato nell'immagine di destra della figura 59. Anche in questo caso verrà calcolata la superficie che meglio si adatta all'obiettivo in questione.

C'è una cosa da puntualizzare, nei casi esaminati fino ad ora le aree rosse sono contrapposte, cioè giacciono sullo stesso meridiano, la stessa cosa vale per quelle blu. Questo accade in tutti i casi in cui i meridiani considerati sono pari: due, quattro o sei, come nei casi precedenti. Vedremo in seguito che si tratta delle aberrazioni la cui "frequenza" è un numero pari, ma per capirlo bisognerà definire meglio cosa si intende per ordine e per frequenza delle aberrazioni. Un'ultima considerazione; dalle mappe bidimensionali la cosa non è molto evidente, ma passando dall'astigmatismo al quadrifoglio non c'è solo un aumento della frequenza, vale a dire del numero dei meridiani a massima e a minima rifrangenza, ma anche maggiore complessità della loro curvatura, che non è costante, ma presenta una inversione della direzione in periferia.

La stessa cosa succede passando dal primo al secondo astigmatismo ed è stata a suo tempo descritta. Per questo motivo l'astigmatismo appartiene alle aberrazioni di secondo ordine, il quadrifoglio al quarto, mentre l'esafoglio compare tra quelle di sesto. Contemporaneamente aumenta anche la frequenza, che in questi casi risulta numericamente uguale all'ordine, ma questo non si verifica per tutte le aberrazioni. Il defocus ad esempio appartiene al secondo ordine ma con frequenza uguale a zero mentre la coma, appartenente al terzo ordine, ha frequenza uno.

E adesso cerchiamo di chiarire le cose con qualche esempio. La figura 60 mostra la mappa topografica in scala assoluta di un occhio astigmatico. La clessidra si presenta abbastanza regolare con una buona simmetria. Nella figura 61 l'immagine in alto a sinistra mostra la mappa aberrometrica riferita all'astigmatismo, mentre quella in alto a destra evidenzia invece il secondo astigmatismo. Quest'ultimo è discretamente rappresentato e del resto ce lo potevamo aspettare, la clessidra astigmatica della topografia è regolare, ma non si estende fino al limbus, per cui possiamo prevedere una variazione del fronte d'onda andando dal centro verso la periferia.

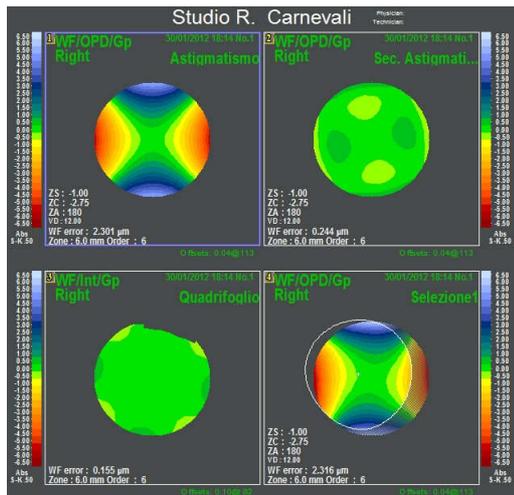


Figura 61

Andiamo adesso ad esaminare un altro occhio. La figura 62 mostra la consueta una topografia assiale di un occhio astigmatico; questa volta però la superficie della cornea non è regolare, la clessidra è asimmetrica, più estesa in alto che in basso e un oftalmologo parlerebbe di astigmatismo "irregolare". Nella figura 63 l'immagine in alto a sinistra presenta la mappa aberrometrica dell'astigmatismo sempre dello stesso occhio. Non meravigliamoci se appare regolare, l'analisi aberrometrica estrae solo la componente astigmatica, in questo caso le irregolarità dipendono dalla contemporanea presenza di altre aberrazioni, come appunto il quadrifoglio, che possiamo ricavare ed evidenziare separatamente. La mappa in alto a destra presenta una combinazione tra primo e secondo astigmatismo e già vediamo comparire qualche distorsione, non si tratta infatti di una aberrazione "pura", ma della somma di due differenti.

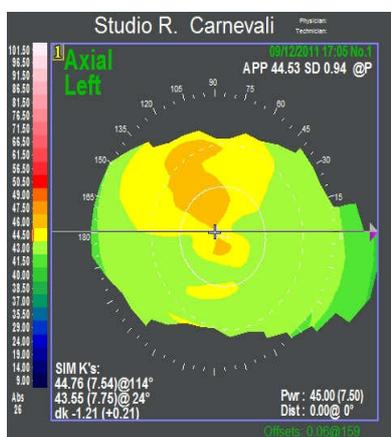


Figura 62

Nella parte centrale a sinistra compare la mappa relativa alla sola aberrazione di quadrifoglio e notiamo che, contrariamente all'esempio precedente, in questo occhio è ben rappresentata, ce lo dovevamo aspettare data l'irregolarità della superficie della cornea. L'immagine centrale di destra mostra una somma di tutte le precedenti: primo e secondo astigmatismo e quadrifoglio. Non dobbiamo poi meravigliarci se questo occhio presenta anche una certa aberrazione di coma, raffigurata nell'immagine in basso a sinistra; anche in questo caso si presenta regolare trattandosi della rappresentazione di una singola aberrazione estratta dal totale.

L'ultima immagine evidenzia la somma di tutte le precedenti: astigmatismo (primo e secondo), quadrifoglio e coma e come si vede compare un aspetto irregolare come in effetti ci aspetteremmo in base all'esame della mappa topografica. Naturalmente non rappresenta il totale delle aberrazioni in quanto non le abbiamo inserite tutte, potremmo infatti aggiungere l'aberrazione sferica o il trifoglio o più semplicemente chiedere all'aberrometro di mostrare la mappa totale, cioè quella che comprende la somma di tutte le aberrazioni.

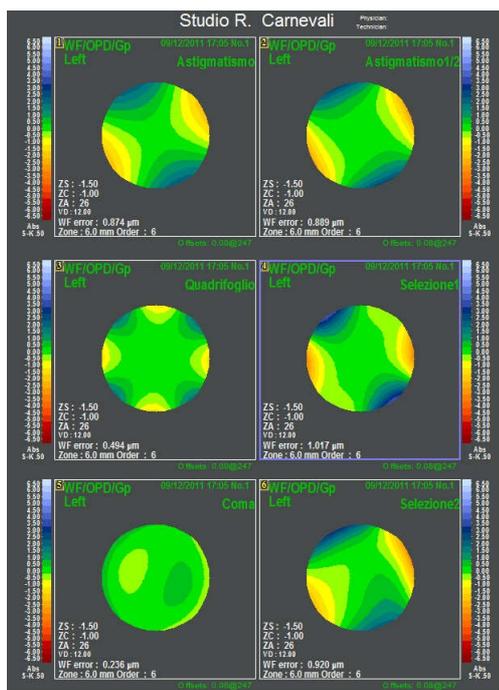


Figura 63

Possiamo anche fare il discorso inverso, cioè prendere una mappa aberrometrica totale ed eliminare da questa la

componente relativa all'aberrazione sferica o all'astigmatismo. Questo lavoro, oltre a farci capire il principio di funzionamento di queste macchine e di apprezzarne la versatilità, permette anche di capire l'utilità dello studio dell'aberrimetria. Possiamo infatti valutare come si presenterebbe l'aberrazione totale in un occhio in cui abbiamo intenzione di eliminare il defocus e l'astigmatismo con un intervento di chirurgia refrattiva o con l'impianto di una lente intraoculare torica lasciando inalterate quelle aberrazioni su cui non vogliamo o non siamo in grado di intervenire come la coma o il quadrifoglio. Faremo tra poco l'esempio di un caso di questo genere.

Il trifoglio

Nella descrizione del quadrifoglio si è detto che le aree rosse e blu sono sullo stesso meridiano e si è puntualizzato che questo si verifica sempre in tutte le aberrazioni con frequenza pari. Nel trifoglio invece le aree a maggiore rifrangenza sono contrapposte a quelle a rifrangenza minore, cioè, se da un lato compare un'area rossa, nel punto diametralmente opposto ne troviamo una blu. Le aberrazioni con frequenza dispari si descrivono quindi meglio partendo dalla coma e non dall'astigmatismo ed è per questo motivo che il quadrifoglio è stato descritto

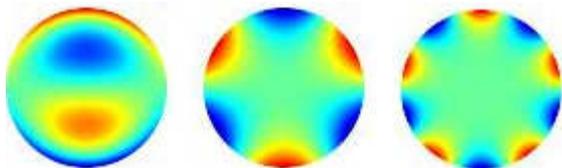


Figura 64

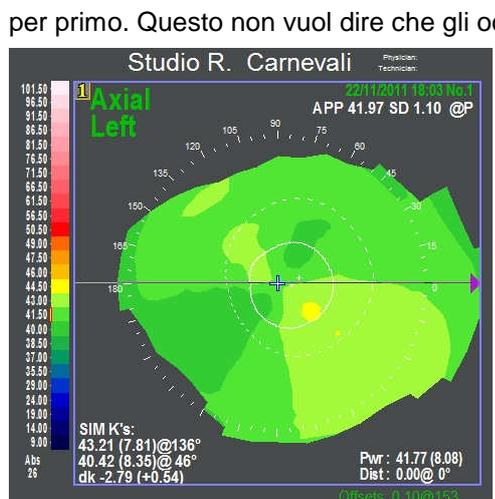


Figura 65

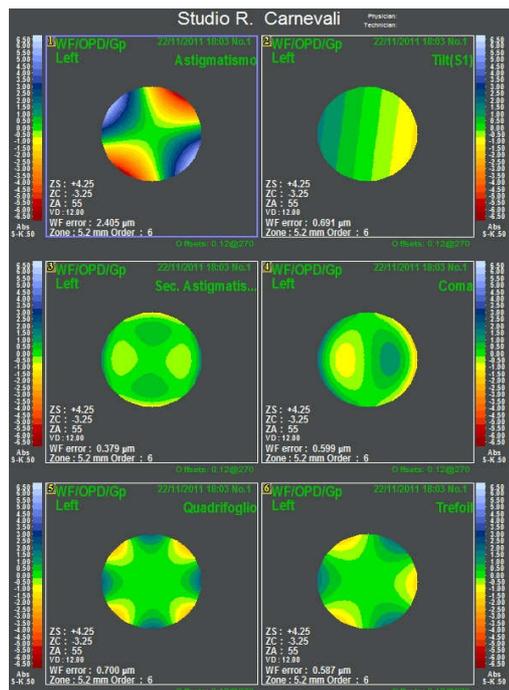


Figura 66

cheratoconi, in cui l'aberrazione dominante è la coma, non abbiamo anche una quota di quadrifoglio. Semplicemente da un punto di vista espositivo viene più semplice spiegare il quadrifoglio illustrandolo come una complicazione dell'astigmatismo e, allo stesso modo, il trifoglio può essere dedotto più facilmente prendendo come punto di partenza l'aberrazione di coma. La cosa importante è capire che trifoglio, quadrifoglio e in genere tutte le aberrazioni definite "di alto ordine" sono più evidenti negli occhi irregolari e anzi è proprio dalla loro incidenza che viene espressa questa irregolarità.

A parte questo il discorso è del tutto simile a quello precedente. Nell'aberrazione di coma abbiamo una sola area a massima rifrangenza contrapposta ad una a rifrangenza minima ed entrambe giacciono sullo stesso meridiano. Nel trifoglio le aree diventano tre e nel pentafoglio cinque. Si tratta di mappe che esprimono aberrazioni con frequenza dispari. Anche in questo caso all'aumento della frequenza corrisponde anche ad una maggiore complessità del meridiano che comporta che il trifoglio corrisponde alle aberrazioni di terzo ordine e il pentafoglio a quelle di quinto.

Probabilmente nessuno ci ha fatto caso, ma un osservatore attento potrebbe obiettare che la coma e il trifoglio appartengono entrambe al terzo ordine mentre l'astigmatismo e quadrifoglio rispettivamente al secondo e al quarto. Perché nel passaggio dall'astigmatismo al quadrifoglio c'è un aumento, oltre che della frequenza, anche dell'ordine, che invece non avviene passando dalla coma al trifoglio? D'accordo che non è un problema di vitale importanza ed è evidente che per capirlo è necessario definire cosa si intende esattamente per ordine e per frequenza e la cosa verrà meglio definita in seguito. Per il momento basti sapere che la coma è già una aberrazione che presenta una complicazione del meridiano, la potremmo considerare un secondo tilting. Nella descrizione precedente si è partiti dall'aberrazione di coma perché clinicamente più rappresentativa, ma in effetti bisognerebbe prendere come punto di partenza il tilting. In questo caso avremmo infatti il passaggio da una aberrazione di primo ordine ad una di terzo e poi di quinto.

Parliamo adesso di cose più concrete ed esaminiamo la mappa rappresentata nella figura 65. Anche qui c'è un astigmatismo, ma con una clessidra asimmetrica più estesa nel settore infero temporale, si tratta di un occhio sinistro. La superficie della

cornea è piuttosto irregolare e di conseguenza dobbiamo aspettarci la presenza di aberrazioni complesse come il trifoglio, il quadrifoglio e di tutte quelle che vengono normalmente definite di "alto ordine". Ma andiamo in dettaglio. Nella figura 66 sono visualizzate varie mappe aberrometriche, sempre riferite all'occhio in questione. In alto a sinistra c'è la rappresentazione dell'astigmatismo, come prevedibile abbastanza elevato. Nell'immagine sottostante c'è il secondo astigmatismo, non bisogna meravigliarsi se mostra di avere un diverso asse di rotazione rispetto al primo, è una caratteristica frequente in tutti gli obiettivi con aberrazioni irregolari. Nell'immagine in basso a sinistra è rappresentato il quadrifoglio, che, come ci aspettavamo, è abbastanza evidente. Il alto a destra viene mostrato il tilting, sotto la coma e in basso a destra il trifoglio. Come si vede tutte quante sono discretamente rappresentate e questa analisi vuole

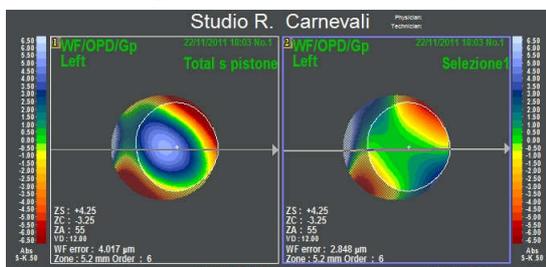


Figura 67

mostrare come dall'aberrazione totale è possibile estrarre ogni singola componente, la totale sarà poi una somma di tutte e se a questo punto vi è venuta la curiosità di sapere come si presenta, la figura 67 la mostra. La mappa dell'immagine di sinistra mostra l'aberrazione totale dell'occhio che abbiamo esaminato. L'aspetto è piuttosto irregolare e questo ce lo aspettavamo. A colpo d'occhio notiamo subito che è dominata dal colore blu che occupa tutta la parte centrale per andare poi a sfumare verso i colori caldi in periferia. Si tratta infatti di un occhio ipermetrope, con un defocus importante, e il colore blu al centro lo dimostra. Prima il defocus non era stato considerato, ma in questo caso ha una notevole influenza sull'aspetto della mappa aberrometrica totale e questo ci fa perdere qualche dettaglio. Togliamo allora il defocus; ne risulta la mappa di destra in cui l'occhio viene presentato con tutte le sue aberrazioni, ma come se fosse emmetrope; il colore verde occupa infatti il centro della mappa e i dettagli delle altre aberrazioni ci risultano più chiari.



Figura 68

E se togliessimo anche l'astigmatismo? Il risultato è mostrato nella figura 68 che presenta infatti l'aberrazione totale con l'esclusione delle componenti dovute al defocus e al primo astigmatismo. Questa mappa ha un significato preciso, rappresenta infatti le aberrazioni residue che si ottengono dopo una correzione con occhiali, con cui si possono solo correggere il defocus e il primo astigmatismo, senza possibilità di influire sulle altre. Come si può osservare nonostante abbiamo migliorato sensibilmente l'aspetto aberrometrico permane ancora una notevole irregolarità e quindi possiamo comprendere che un occhio del genere potrà non avere una buona acutezza visiva dopo una correzione con occhiali. Nel caso in cui si pensasse invece di programmare un intervento di chirurgia refrattiva bisogna essere consapevoli che dopo un trattamento standard residuerebbe ancora una discreta quota di aberrazioni per cui in un caso come questo si potrebbe ipotizzare un trattamento personalizzato.

Si è approfittato dell'esposizione del trifoglio e del quadrifoglio per fare qualche esempio di come si può utilizzare l'aberrometria nella pratica clinica e quali vantaggi si possono trarre da questa tecnica. Come si vede è molto versatile e ci permette di gestire ogni singola componente separatamente dalle altre. Eseguire un esame aberrometrico non consiste quindi solo nel ricavare una mappa dell'aberrazione totale per poi consegnare la stampa al paziente. Ogni apparecchio permette visualizzazioni in cui possiamo scegliere le aberrazioni che riteniamo opportune e visualizzare la mappa che corrisponde alla somma di queste componenti. Oppure da una aberrazione totale possiamo sottrarre quelle che siamo in grado di correggere e prevedere come sarà il quadro aberrometrico successivo. Fino a non molto tempo fa era possibile solo prescrivere occhiali e quindi interagire su defocus e astigmatismo. Oggi invece le lenti intraoculari asferiche e i trattamenti personalizzati hanno aperto altri orizzonti

La topoaberrometria

Parlando di aberrazioni ottiche non si può fare a meno di ricordare questa tecnica, almeno per comprenderne a grandi linee il significato.

Si tratta di una strategia abbastanza geniale per ricavare una mappa aberrometrica a partire dalla topografia corneale ed in particolare dalla mappa altitudinale. Gli aberrometri funzionano analizzando il fascio di raggi luminosi e, valutandone le deviazioni, ne calcolano le aberrazioni. La Topoaberrometria analizza invece la forma della cornea e da questa deduce le deviazioni che i raggi luminosi subiranno; da qui ricava poi la mappa aberrometrica. Il modo di ragionare è quindi più simile a quello a cui gli oftalmologi sono abituati. Non richiede quindi l'uso di un aberrometro, ma è eseguibile con un topografo dotato di un software adeguato e probabilmente ha permesso ad un grande numero di oftalmologi di avvicinarsi all'aberrometria, anche se non sono in possesso di uno strumento costoso.

Ha sostanzialmente il grande difetto di non valutare la totalità delle aberrazioni, ma solo quelle dipendenti dalla cornea, o meglio dalla sua sola superficie anteriore e non fornisce nessuna informazione riguardo alle alterazioni indotte dal cristallino e dalla superficie corneale posteriore. Inoltre, risalendo al fronte d'onda in base alla forma della cornea, non da indicazioni sul defocus, che infatti non viene rappresentato nelle mappe e deve quindi essere ricavato con altri mezzi.

A vantaggio di questa tecnica si può dire che le sole aberrazioni corneali rappresentano comunque il 70-80% del totale dell'obiettivo oculare e sono sostanzialmente quelle su cui andiamo ad agire con la chirurgia refrattiva. La topoaberrometria inoltre simula le aberrazioni e permette di visualizzarle scegliendo qualunque diametro pupillare, e non solo in base quello reale rilevato al momento dell'acquisizione. Non è poi

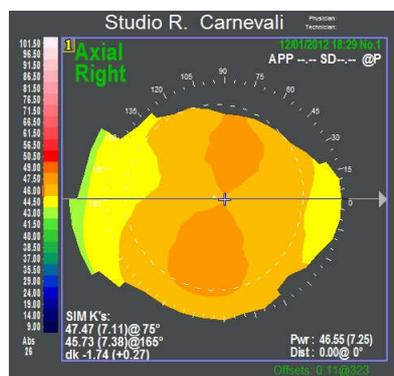


Figura 69

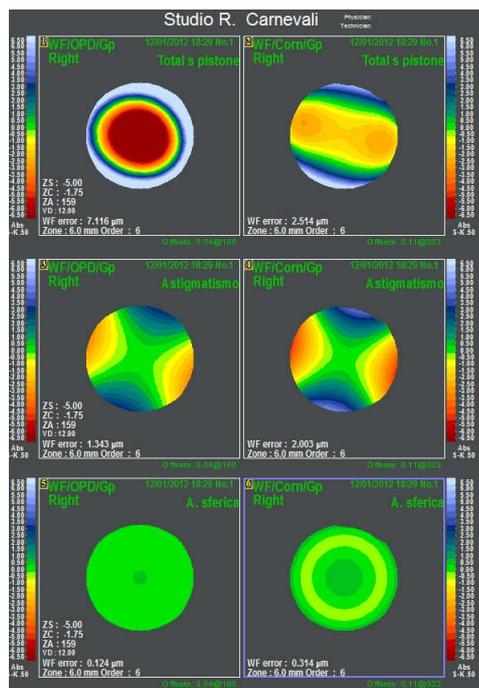


Figura 70

volta in volta. Negli esempi successivi la dimensione pupillare simulata negli esami topoaberrometrici viene posta uguale a quella rilevata dall'aberrometro al momento dell'acquisizione. In questo modo è possibile ottenere mappe perfettamente paragonabili.

La figura 69 si riferisce ad un occhio miope ed astigmatico e la mappa corneale mostra una clessidra verticale un po' inclinata, si tratta di un astigmatismo a 75°. La figura 70, riguardante lo stesso occhio, mostra alcune mappe aberrometriche relative ad aberrazioni differenti, sulla sinistra sono mostrate mappe riguardanti l'intero obiettivo e quindi ricavate con l'aberrometro, mentre le immagini di destra raffigurano le mappe topoaberrometriche, cioè riferite alle sole alterazioni della cornea e ricavate quindi grazie alla topografia e, come si è detto, calcolate con una grandezza della pupilla uguale a quella rilevata dall'aberrometro.

La mappa in alto a sinistra mostra le aberrazioni totali. Si tratta di un occhio discretamente miope e il quadro aberrometrico è dominato dal defocus, con una estesa area rossa che interessa la zona centrale.

Nell'immagine in alto a destra è evidenziata la mappa totale ricavata con la topoaberrometria. Come si vede

influenzata dall'accomodazione, che a volte può incidere sulla rilevazione dei dati per mezzo dell'aberrometro e può determinare differenze tra le mappe dello stesso occhio in differenti acquisizioni, condizionando la ripetibilità dei dati. Infine può essere eseguita anche in presenza di opacità dei mezzi diottrici, dove gli aberrometri fallirebbero.

L'introduzione di lenti intraoculari asferiche e toriche apre la possibilità di interagire sulle aberrazioni, non solo modificando la forma della cornea come fa la chirurgia refrattiva, ma anche agendo sul cristallino. A questo punto è importante valutare, prima di un eventuale intervento di cataratta, una aberrometria della sola cornea per avere le idee chiare di come sarà la situazione una volta che il cristallino sarà stato asportato.

La topoaberrometria non deve quindi essere considerata un surrogato dell'aberrometria totale, utilizzabile da chi possiede solo un topografo e non può permettersi un aberrometro. In realtà fornisce dati differenti e, per avere un quadro completo delle aberrazioni e stabilire quali

appartengono alla cornea e quali invece al cristallino, bisognerebbe eseguirle entrambe; non a caso sono oggi a disposizione apparecchi che lavorano in questo senso.

In molti esempi presentati in precedenza, assieme alle mappe aberrometriche, è stata visualizzata anche una mappa topografica assiale in scala assoluta. Questo sia per evidenziare subito le caratteristiche dell'occhio esaminato, ma soprattutto per permettere una migliore comprensione a tutti coloro che non conoscono ancora a fondo l'aberrometria, ma hanno dimestichezza con la topografia corneale.

Fino a questo punto dell'esposizione però non si era ancora parlato di topoaberrometria, per cui, in tutti gli esempi che sono stati presentati in precedenza, le mappe aberrometriche si riferivano all'intero obiettivo oculare, cioè erano quelle ricavate dall'aberrometro. In alcuni casi però può essere interessante esaminare anche quello che succede se si studia l'aberrometria corneale e la cosa può avere non poche conseguenze anche sul comportamento clinico. C'è solo una cosa da precisare. Si sa che l'entità delle aberrazioni dipende dalle dimensioni della pupilla; questo argomento spesso lascia perplesso qualcuno e in seguito si vedrà di chiarire il problema. Per ora basti sapere che in ogni esame aberrometrico la valutazione non può che essere fatta sulla base della grandezza della pupilla presente al momento dell'acquisizione. Nella topoaberrometria invece le aberrazioni sono simulate e la grandezza della pupilla può essere scelta di

l'area rossa centrale è scomparsa, la topoaberrometria non è infatti in grado di eseguire una valutazione del defocus e così l'aspetto dell'aberrazione totale finisce con l'evidenziare meglio la componente astigmatica. Nell'immagine centrale di sinistra è mostrata la mappa riferita all'astigmatismo, sempre calcolata con l'aberrometria totale. Come si vede è discretamente rappresentata e la si può considerare del tutto identica a quella centrale di destra, che mostra invece l'astigmatismo determinato con la topoaberrometria. Questo ci

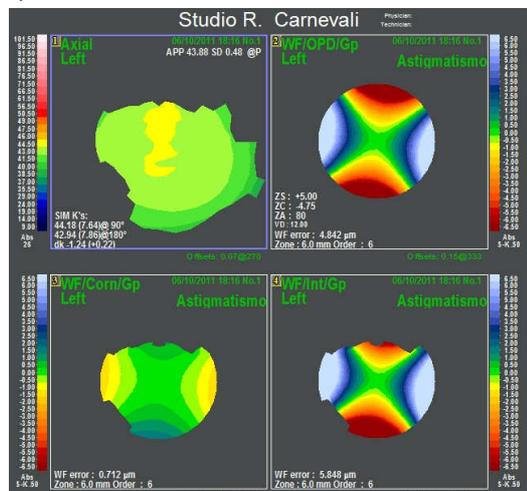


Figura 71

superficie anteriore della cornea, per cui la topoaberrometria assomiglia molto a quella totale, a parte il defocus, che in quella corneale non può essere calcolato. In genere inoltre negli occhi giovani abbiamo una debole aberrazione sferica positiva della cornea, compensata da una analoga negativa del cristallino, per cui l'aberrazione sferica totale finisce con l'essere neutra.

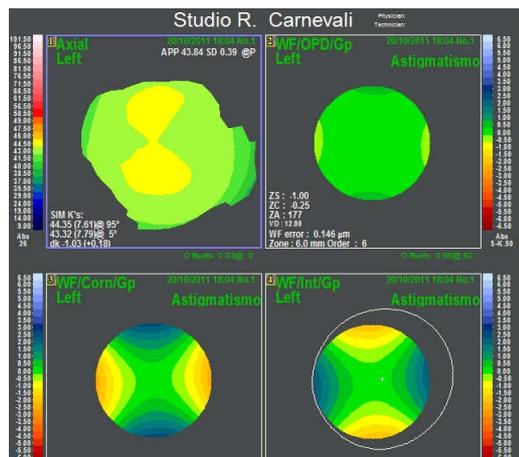


Figura 72

sono state ricavate con lo stesso strumento e questo ci permette di sottrarre la seconda dalla prima ricavando così una mappa dell'astigmatismo interno, cioè quello determinato verosimilmente dal cristallino e in parte anche dalla superficie posteriore della cornea. Questa mappa è mostrata in basso a destra, esprime l'astigmatismo "interno" e come si vede assomiglia molto a quella sovrastante, che esprime l'aberrazione ricavata dall'intero obiettivo oculare, cosa logica visto che la quota corneale è ridotta. In effetti si tratta di una situazione insolita, in genere le aberrazioni sono quasi totalmente a carico della superficie anteriore della cornea e l'esame della topografia permette spesso di prevedere come si presenterà il quadro aberrometrico, ma quest'occhio è particolare. A cosa può servire una valutazione del genere? Immaginiamo di dovere operare quest'occhio di cataratta; impiantereste una lente torica? Sarebbe meglio di no, probabilmente la quasi totalità dell'astigmatismo è dovuta ad una alterazione di forma del cristallino e quindi sarà sufficiente rimuoverlo per togliere anche la componente astigmatica, mentre l'impianto di una lente torica misurata sulla base del valore di refrazione finirebbe con l'indurre un elevato astigmatismo ad asse perpendicolare a quello preesistente.

La figura 72 mostra un altro caso curioso. La topografia mostra una evidente clessidra verticale da cui ci si aspetterebbe un astigmatismo secondo regola di circa una diottria, in realtà quest'occhio ha una lieve miopia, ma non è affatto astigmatico e la mappa in alto a destra lo dimostra con una aspetto verde uniforme, che evidenzia l'assenza di questo tipo di aberrazione. La mappa in basso a sinistra mostra l'aberrazione astigmatica ricavata dalla topoaberrometria corneale ed è in linea con quanto mostrato dalla topografia, come ci aspettavamo viene mostrato un astigmatismo. L'ultima mappa mostra come sempre l'astigmatismo

interno, è contrario a quello corneale e lo compensa in modo da avere una assenza di astigmatismo come l'esame della refrazione ha dimostrato. Dobbiamo dedurre che in quest'occhio l'astigmatismo corneale, secondo regola, è perfettamente compensato da un analogo astigmatismo contro regola del cristallino in modo da ottenere una aberrazione neutra. Da osservare solo che se dovessimo sottoporre quest'occhio ad un intervento di cataratta con impianto di lente sferica ci potremmo aspettare la comparsa di un astigmatismo secondo regola che prima non era presente.

I polinomi di Zernike

Adesso ci siamo, è giunto infatti il momento in cui è possibile cominciare a considerare cosa sono e in che

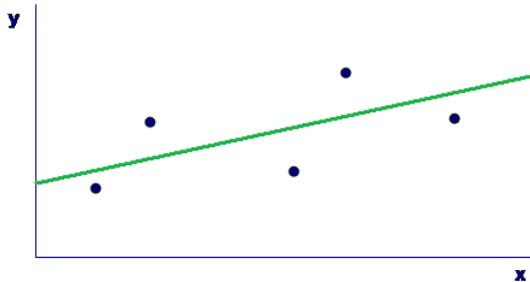


Figura 73

cosa si intende per ordine radiale (n) e per frequenza (f), che così spesso vengono nominati quando si parla di aberrometria.

Tanto per capire cominciamo dall'inizio con un argomento di statistica, che apparentemente non ha nulla a che vedere con lo studio dell'ottica.

La figura 73 rappresenta un grafico in assi cartesiani in cui sono stati posizionati dei punti, di cui immaginiamo di conoscere le coordinate.

Genericamente le indicheremo con $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$ $(x_3; y_3)$ $(x_4; y_4)$ $(x_5; y_5)$. Se supponiamo che in ascisse sia indicato il tempo, i punti potrebbero rappresentare l'ammontare delle vendite di un certo prodotto nei diversi mesi, i valori di un esame di laboratorio durante il decorso di una malattia o il grado di acutezza visiva nel decorso postoperatorio di un intervento. L'inserimento di questi in un sistema di assi cartesiani, permette naturalmente una rapida valutazione a "colpo d'occhio", ma non ci dice tutto. Non facile, con la sola valutazione della posizione individuare l'andamento tendenziale dei dati, cioè stabilire se questo parametro è stazionario o se invece ha un andamento crescente o decrescente e non è nemmeno agevole determinare, per ogni punto, la posizione "relativa", cioè stabilire se ha un valore inferiore o superiore a quello che ci si dovrebbe attendere in base all'andamento statistico del parametro. Infine non possiamo fare una previsione

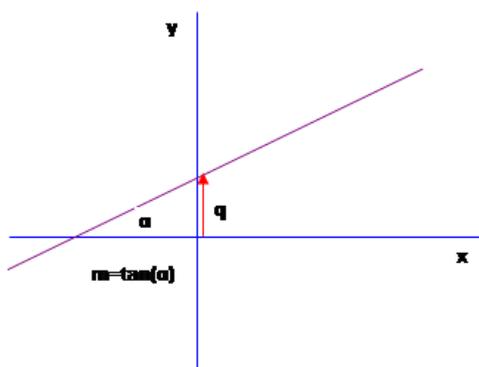


Figura 74

su dove saranno posizionati i dati successivi, in altre parole non possiamo estrapolarli. Il passo successivo è allora quello di calcolare una retta, che ci indichi nel modo migliore l'andamento dei dati. Naturalmente i punti non sono sulla stessa

linea, per cui è probabile che la retta non ne incontrerà nessuno, ma quale può essere quella migliore? Quella verde indicata nella figura, che indicherebbe un andamento tendenzialmente crescente, sembra rappresentare un buon esempio; ma quali sono esattamente le sue caratteristiche e soprattutto come si fa a calcolarla? Si tratta di un concetto abbastanza intuitivo, ma il suo significato matematico non è poi così scontato. Potremmo dire che si tratta della retta ideale, che maggiormente si avvicina a tutti i punti, minimizzando le distanze; qualcuno la chiama retta di "best fit". Esaminiamo la cosa dal punto di vista matematico e per prima cosa ricordiamo

qualche concetto di geometria analitica. L'equazione di una retta è di primo grado e si presenta così: $y = mx + q$

dove naturalmente x ed y rappresentano il valore di ascissa e di ordinata di ogni punto mentre:

- q rappresenta l'intercetta o l'ordinata all'origine, vale a dire il valore di y nel punto in cui la retta incontra l'asse delle ordinate.
- m rappresenta il coefficiente angolare, che esprime il valore dell'angolo che la retta forma con l'asse delle ascisse (angolo α nella figura 74). In altre parole esprime la tangente trigonometrica di quest'angolo. $m = (y - q) / x = \tan(\alpha)$

Non preoccupatevi se sembra complicato, basti sapere che per conoscere le caratteristiche di una retta dobbiamo conoscere i valori di m e di q.

Adesso per prima cosa immaginiamo di scegliere uno qualunque dei punti in questione, di cui conosciamo le coordinate $(x_1; y_1)$, e di tracciare da questo una linea perpendicolare all'asse delle ascisse, come indicato

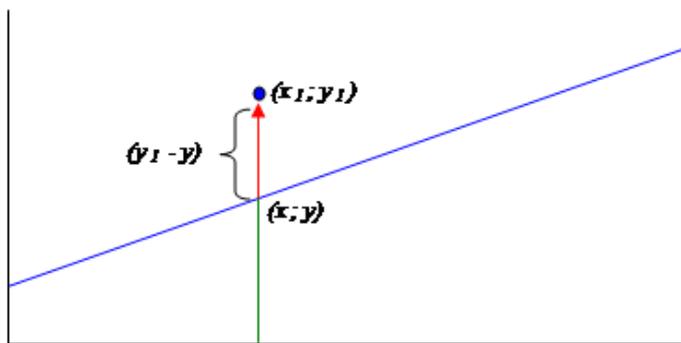


Figura 75

Questa differenza è importante, perché rappresenta lo scarto tra la posizione reale del punto in questione e quella "attesa" in base alla retta di "best fit", che rappresenta l'andamento statistico dei parametri.

C'è ancora una cosa da precisare. Nell'esempio che è stato fatto, il punto si trova sopra alla retta e quindi la differenza tra le due ordinate è rappresentata da un valore positivo, ma se fosse posizionato sotto avremmo

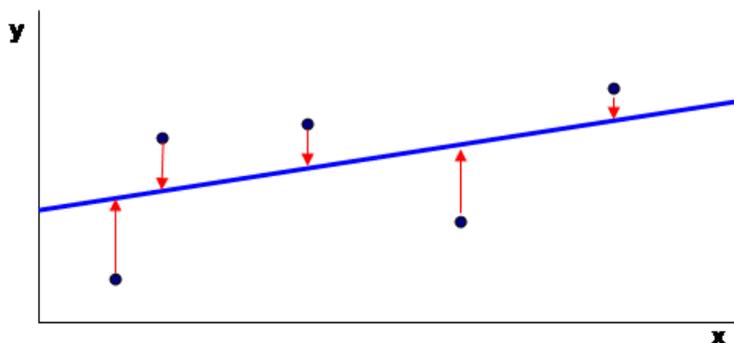


Figura 76

Torniamo adesso ai nostri cinque punti. Ricordiamo prima di tutto che di ognuno di questi conosciamo le coordinate, che indichiamo con $(x_1; y_1), (x_2; y_2), (x_3; y_3), (x_4; y_4), (x_5; y_5)$. Abbiamo detto prima che vogliamo trovare la retta migliore, cioè quella che ci indica nel modo più adatto l'andamento dei dati. Questo concetto è facile da capire intuitivamente, ma dal punto di vista matematico necessita di una definizione più precisa.

Le frecce rosse della figura 76 rappresentano gli scarti, cioè le differenze tra l'ordinata di ogni punto e quella corrispondente della retta allo stesso valore di ascissa. Bene, la retta ideale, di cui al momento non conosciamo ancora l'equazione, è quella in cui la somma di tutti gli scarti quadratici è minima. La retta della figura sembra andare bene, ma non possiamo andare per tentativi, si tratta quindi di trovare un modo per calcolarne l'equazione. La cosa non è particolarmente complicata, ma dal punto di vista matematico è un po' laboriosa. Si risolve comunque con un sistema a due incognite come quello rappresentato nella figura 77. Adesso non è necessario capire del tutto il calcolo matematico, basta sapere che è possibile eseguirlo. Per chi fosse in difficoltà bisogna poi precisare che il simbolo Σ sta a significare la sommatoria dei valori indicati, cioè la somma dei valori per tutti i punti che dobbiamo prendere in considerazione, che nel nostro

$$\begin{cases} nq + b\Sigma x_i = \Sigma y_i \\ q\Sigma x_i + m\Sigma x_i^2 = \Sigma x_i y_i \end{cases}$$

Figura 77

esempio sono 5. Chiariamo meglio le cose indicando che cosa rappresentano i valori elencati nel sistema.

- n rappresenta il numero dei dati, cioè quello dei punti da considerare, nel nostro caso sono cinque.
- Σx_i è la somma delle ascisse di tutti i punti che dobbiamo considerare e di cui conosciamo le coordinate. Potremmo scriverlo come $(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)$.
- $\Sigma(x_i)^2$ è la somma dei quadrati delle ascisse di tutti i punti $(x_1)^2+(x_2)^2+(x_3)^2+(x_4)^2+(x_5)^2$.
- Σy_i è la somma delle ordinate di tutti i punti $(y_1+y_2+y_3+y_4+y_5)$
- $\Sigma x_i y_i$ è la somma dei prodotti delle ascisse e delle ordinate di tutti i punti $(x_1 \cdot y_1+x_2 \cdot y_2+x_3 \cdot y_3+x_4 \cdot y_4+x_5 \cdot y_5)$.

Da precisare che tutti i valori di x e di y che compaiono nel sistema si riferiscono ai punti e non alla retta che stiamo calcolando e di cui non conosciamo ancora l'equazione.

nella figura 75. Consideriamo poi di avere scelto una retta che ci sembra possa andare bene e di conoscerne l'equazione $(y = mx + q)$. Questa passerà vicino al punto in questione senza toccarlo. Incontrerà però la linea, che abbiamo appena tracciato e, dato che conosciamo l'equazione della retta, siamo anche in grado di conoscere le coordinate di questo punto di intersezione $(x; y)$. L'ascissa sarà uguale a quella del punto $(x = x_1)$ mentre sarà possibile calcolare l'ordinata in base all'equazione della retta $(y = mx + q)$. La differenza tra i due valori di ordinata $(y_1 - y)$ diventa quindi $[y_1 - (mx + q)]$.

un valore negativo. Nel nostro caso non interessa il segno, ma è importante considerare questa differenza solo per quanto riguarda i valori assoluti. I matematici, quando vogliono inserire nei calcoli delle funzioni di cui interessa solo il valore assoluto, utilizzano lo stratagemma di elevarle al quadrato, che ha sempre un valore positivo. Ne deriva che, nel calcolo statistico, il valore dello scarto viene considerato elevato al quadrato $[y_1 - (mx + q)]^2$ e si parla quindi di "scarto quadratico" per definire la differenza tra il valore reale e quello atteso.

Si può vedere allora che quello rappresentato è un sistema a due incognite m e q , che sono poi i valori che ci servono per stabilire l'equazione della retta ($y = mx + q$). Basta risolverlo e la soluzione è trovata.

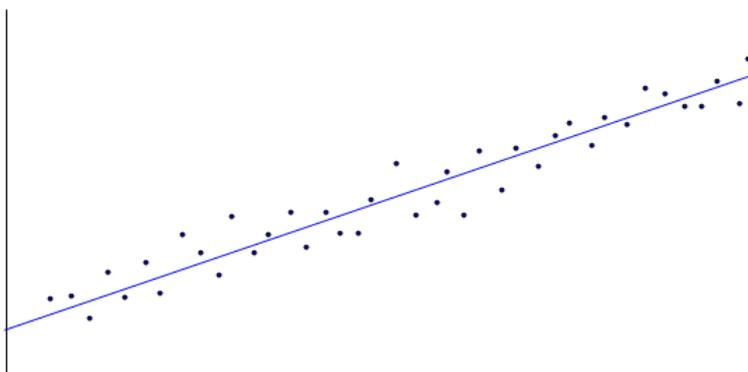


Figura 78 retta di "best fit", che rappresenta l'andamento ideale dei dati e ci dice anche dove teoricamente si dovrebbe

posizionare ogni punto in base all'andamento statistico generale; ci permette anche di prevedere dove si posizioneranno quelli successivi. Per chi non se ne fosse ancora accorto si tratta della "retta di regressione lineare", detta anche "retta dei minimi quadrati", così chiamata proprio perché, per calcolarla, si utilizzano gli scarti quadratici, cioè i valori di ogni singola differenza elevata al quadrato, per fare in modo che nei calcoli figurino soltanto valori positivi. Si tratta di una cosa ben conosciuta, che viene ampiamente utilizzata in campo di ricerca. Chiunque ha già visto una retta come quella indicata dalla figura 78, che passa

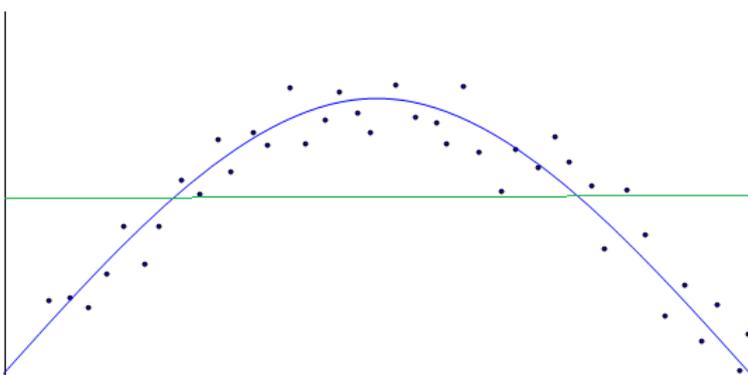


Figura 79

attraverso una dispersione di punti e ne indica l'andamento ideale, la si trova spesso nei lavori scientifici. Adesso abbiamo descritto come si calcola una retta di regressione lineare, ma per capire cosa c'entra nello studio dell'ottica e delle aberrazioni occorre complicare ancora di più le cose. Una retta come quella descritta nella figura 78 va bene per illustrare una serie di dati dove c'è un progressivo andamento crescente o decrescente, che possiamo appunto definire lineare. In altri casi però le cose vanno diversamente.

$$\begin{cases} mc + b\sum x_i + a\sum(x_i)^2 = \sum y_i \\ c\sum x_i + b\sum(x_i)^2 + a\sum(x_i)^3 = \sum x_i y_i \\ c\sum(x_i)^2 + b\sum(x_i)^3 + a\sum(x_i)^4 = \sum(x_i)^2 y_i \end{cases}$$

A volte si può avere un iniziale andamento crescente, fino a raggiungere un culmine, per poi avere una diminuzione. E' il caso dell'andamento di un esame di laboratorio durante il decorso di una malattia o della pressione oculare durante una flogosi uveale in cui, dopo un iniziale aumento, si ha una remissione, magari determinata dalla terapia. Esaminiamo adesso la figura 79. La dispersione dei punti non mostra un andamento lineare. I valori delle ordinate prima aumentano, ma poi tendono a diminuire dopo avere raggiunto un valore

Figura 80

massimo. E' ovvio che anche per questi punti potrebbe essere calcolata una retta di regressione lineare; indicherebbe sostanzialmente un andamento stazionario e risulterebbe pressoché parallela alla linea delle ascisse, come quella verde rappresentata in figura, ma non sarebbe significativa. In questo caso è molto meglio utilizzare una parabola, che però ha una equazione più complicata, anche perché è di secondo grado ($y = ax^2 + bx + c$). Anche qui possiamo calcolare gli scarti quadratici per ogni punto e anche qui si può impostare un sistema, questa volta con tre equazioni e a tre incognite, con cui calcolare i valori di a , b e c ed avere così l'equazione della parabola. Se qualcuno vuole provare a capirci qualcosa il sistema è riportato nella figura 80. A parte comunque la complessità, si tratta di un sistema a tre incognite in cui gli unici dati non conosciuti sono a , b e c . Basta risolverlo e si hanno tutti i dati a disposizione per ottenere l'equazione della parabola. Niente di diverso da quello che è stato fatto in precedenza, solo che i calcoli sono più complicati. A questo punto il meccanismo è chiaro e si vede come è possibile adattare anche curve più complesse, di terzo o di quarto grado come negli esempi mostrati nella figura 81. E' ovvio che per ogni serie di punti, qualunque sia la loro localizzazione, sarà possibile calcolare sia una retta che una delle tante curve dei minimi quadrati, come mostrato nella figura 82. Si tratterà poi di stabilire quali di queste esprimono meglio l'andamento del parametro; in questo caso mostreranno infatti fluttuazioni evidenti, mentre in caso

contrario si presenterebbero pressoché rettilinee o con oscillazioni poco accentuate. In altre parole, se i

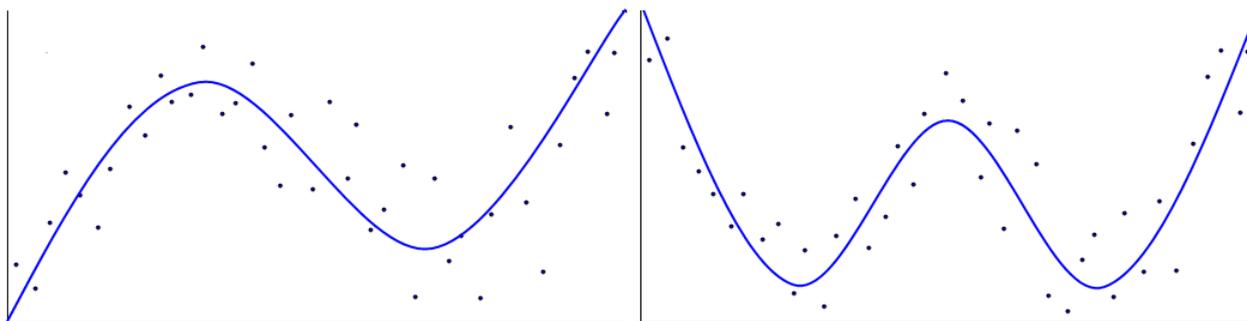


Figura 81

parametri hanno un andamento come quello rappresentato nella figura 79, la parabola risultante avrà una curvatura evidente, altrimenti si presenterebbe appiattita a dimostrazione che l'andamento parabolico, caratterizzato prima da una crescita in un senso seguita da una diminuzione, è poco significativo. Una cosa del genere si verificherebbe ad esempio

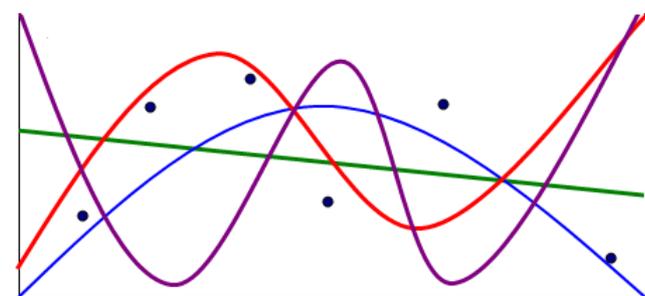


Figura 82

Cosa c'entra tutto questo con i polinomi di Zernike?

Frits Zernike era olandese e non aveva una mente trascurabile, tanto che nel 1953 ha vinto il premio Nobel per la fisica, anche se non per i polinomi, ma per l'invenzione del microscopio a contrasto di fase. Nei suoi studi però si è occupato anche di ottica e ha sviluppato i polinomi per correggere gli errori di aberrazione nei telescopi, tanto che c'è addirittura un cratere sulla luna che porta il suo nome, anche se non è visibile col telescopio perché si trova sulla faccia nascosta. Probabilmente non immaginava che, un giorno, i suoi studi avrebbero avuto una così grande importanza anche in campo oculistico. I polinomi non fanno altro che applicare le leggi della statistica, che sono state illustrate finora, alla dispersione dei punti che si riscontra negli aberrometri, ricavando delle formule che permettono di ricostruire delle superfici di best fit, che rappresentano le aberrazioni del sistema ottico considerato.

Dall'esame di tutte le curve dei minimi quadrati si può determinare l'andamento del parametro considerato e l'incidenza relativa di ogni singola componente. Naturalmente, come sempre avviene nei calcoli statistici, la significatività delle curve ricavate cresce proporzionalmente con l'aumentare del numero dei punti considerati.

Come si è detto non è necessario capire a fondo come si eseguono i calcoli, ma forse adesso si hanno le idee più chiare su questo argomento.

Le aberrazioni

Gli aberrometri mostrano una serie di punti, questi sono devianti dalla posizione attesa a causa delle aberrazioni, per cui conosciamo la posizione reale e quella che dovrebbe essere nel caso in cui le

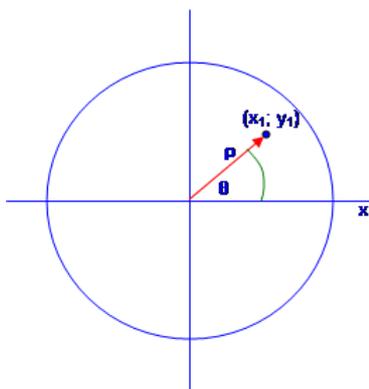


Figura 83

aberrazioni non ci fossero. Su questi dati possiamo calcolare gli scarti e applicare il calcolo dei minimi quadrati calcolando le superfici di "best fit" che corrispondono ad ogni singola aberrazione.

La cosa non è semplice, perché in questo caso non abbiamo a che fare con delle rette o delle curve, ma con delle superfici tridimensionali, per cui tutto diventa più complicato e i calcoli sono di conseguenza molto più difficili. Sviluppare un sistema di calcolo matematico in grado di soddisfare queste esigenze non è facile, ma Zernike, che era figlio di due insegnanti di matematica e quindi ha probabilmente cominciato a masticare numeri fin da piccolo, c'è riuscito nel 1934 e le sue formule sono ancora attuali. In pratica vengono esaminati i punti mostrati da un aberrometro e sui loro scostamenti vengono applicate, una alla volta, le formule per calcolare la superficie corrispondente ad ogni singola aberrazione. In questo modo è possibile stabilire l'entità del defocus, dell'astigmatismo, dell'aberrazione sferica, della coma e così via, ricavando per ciascuna aberrazione la

superficie corrispondente. Ognuna di queste superfici risulta indipendente dalle altre e alla fine, sommandole tutte, si ricava l'aberrazione totale. La cosa interessante però consiste nel fatto che, da una superficie

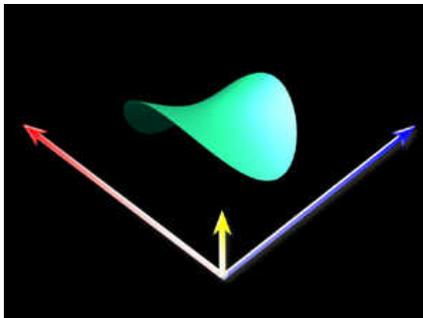
aberrata, possiamo “estrarre” la quota di astigmatismo o di coma o di una qualunque aberrazione, indipendentemente dalle altre.

Purtroppo le cose sono complicate e non è facile capire nel dettaglio i polinomi, anche perché negli aberrometri lo scarto tra la posizione reale e quella attesa di ogni punto considerato, non dipende solo dalla distanza relativa, ma anche dall'orientamento angolare. Per questo motivo le formule non lavorano con le coordinate cartesiane, ma con le coordinate polari di cui una radiale e una azimutale, cioè angolare. Non bisogna spaventarsi perché la cosa è semplice. Nella figura 83 è rappresentato un punto di coordinate cartesiane $(x_1; y_1)$. Potrebbe trattarsi di un punto rilevato dall'aberrometro la cui posizione attesa sarebbe invece rappresentata dal centro del sistema di assi cartesiani. La sua posizione può essere determinata anche conoscendo la lunghezza del segmento ρ , indicato dalla freccia rossa, e dall'ampiezza dell'angolo θ . Il segmento ρ indica la coordinata radiale, mentre l'angolo θ quella azimutale.

E' facile capire come queste due coordinate si possano anche ricavare conoscendo quelle cartesiane $(x_1; y_1)$, infatti:

$$x_1 = \rho \cos\theta \quad y_1 = \rho \sin\theta \quad \rho = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

Le coordinate polari sono però più adatte ai calcoli per cui sono deputati i polinomi di Zernike. Negli aberrometri c'è una serie di punti, che appaiono spostati rispetto alla localizzazione che ci si aspetterebbe a causa delle aberrazioni. L'entità degli spostamenti viene quindi misurata per ogni singolo punto determinandone le coordinate polari ed è su questi valori che poi operano gli Zernike. Tutto questo, al momento, serve solo per capire cosa sono i valori ρ e θ che compaiono nei polinomi.



C'è un'altra cosa importante da considerare. Qualcuno avrà già capito che i polinomi di Zernike non sono altro che le equazioni delle superfici di “best fit” che rappresentano il fronte d'onda di ogni singola aberrazione dell'obiettivo esaminato calcolata statisticamente. Se poi non hanno l'aspetto che si aspetterebbero coloro che hanno qualche conoscenza di geometria analitica è perché sono espresse in coordinate polari e non con quelle cartesiane. Però i fronti d'onda delle aberrazioni sono delle superfici e non delle curve. Per esprimere l'equazione di una superficie non sono sufficienti due dimensioni con ascisse e ordinate, ma sarebbe necessario un sistema con tre coordinate cartesiane: x , y e z e quindi di conseguenza equazioni a tre incognite, come mostrato nella figura 84. Zernike le ha espresse

invece con i suoi polinomi in coordinate polari. Come c'è riuscito? La cosa si spiega considerando che tutte le superfici che esprimono le aberrazioni hanno sicuramente una forma complessa, ma presentano una simmetria lungo un asse di rotazione e quindi è sufficiente calcolare l'equazione che identifica la curvatura di un meridiano ed eventualmente valutarne le oscillazioni. Ma vediamo di spiegare le cose in dettaglio.

Per cominciare a capire è meglio valutare cosa succede nel caso dell'astigmatismo. La prima immagine della

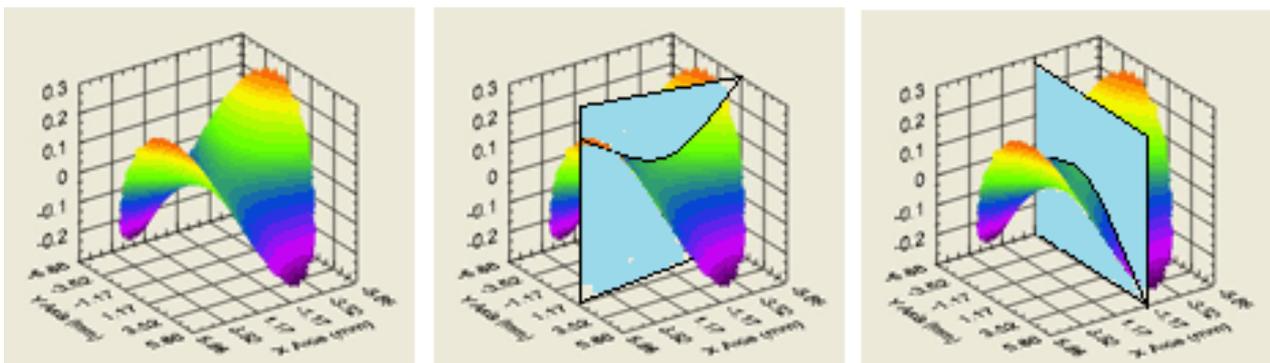


Figura 85

figura 85 mostra la superficie a forma di sella che caratterizza appunto l'aberrazione astigmatica, inserita in un diagramma con tre assi cartesiani: x , y e z .

Immaginiamo adesso di sezionare questa superficie con un piano perpendicolare passante per il centro, come mostrato nelle immagini successive. Il bordo di questa sezione rappresenta un meridiano della sella e si presenta come una curva a forma di parabola. Questa è rappresentata da una funzione di secondo grado ed anche il polinomio di Zernike corrispondente presenta una equazione di secondo grado: $\sqrt{6}(\rho^2)$. Per lo stesso motivo l'astigmatismo appartiene alle aberrazioni di secondo ordine, questo infatti rappresenta il massimo esponente presente nella curva che esprime la forma del meridiano. Nell'astigmatismo come pure nel defocus la curva è di secondo grado, ma nel terzo e nel quarto ordine avremo rispettivamente funzioni di

terzo o di quarto grado.

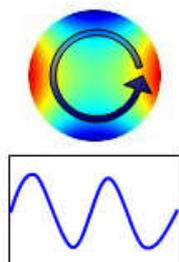
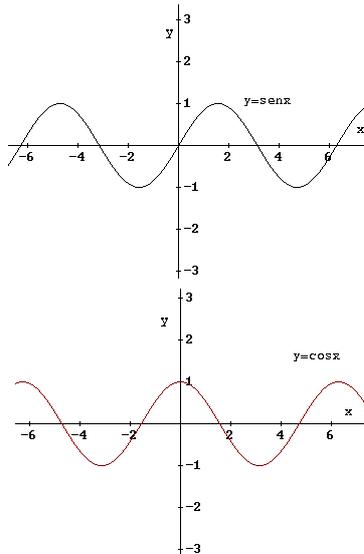
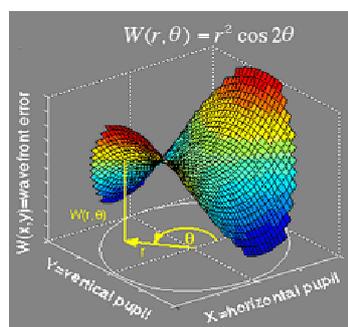


Figura 86

Il problema è che questa curva non è sempre la stessa, ma dipende dalla direzione radiale del piano secante. Mantiene una forma parabolica, ma la concavità varia progressivamente in base all'asse di rotazione; prima è diretta in un senso, poi mano a mano si appiattisce per poi dirigersi nel senso opposto. Dal punto di vista matematico quindi l'equazione che rappresenta il meridiano non è sempre la stessa, ma cambia a seconda della rotazione, pur restando sempre una funzione parabolica di secondo grado. Come è possibile allora esprimere la forma della superficie con una equazione con sole due incognite? Introduciamo allora un altro concetto. Immaginiamo di percorrere la superficie tutto attorno, perpendicolarmente ai meridiani, mantenendoci sempre alla stessa distanza dal centro, seguiamo quindi la freccia circolare blu sovrapposta alla mappa nella figura 86. Percorrendo tutta la circonferenza ci troviamo a salire e a

scendere raggiungendo due valori massimi e due minimi, prima di trovarci di nuovo nel punto di partenza. In



pratica abbiamo percorso un parallelo e in questo cammino ci siamo trovati ad oscillare, per ben due volte, sopra e sotto il piano che rappresenta la superficie di riferimento. Se riportiamo questo andamento su di un grafico otteniamo una curva con andamento oscillante, sopra e sotto il piano di riferimento, espressa dalla linea blu nella parte inferiore della figura 86. Si tratta di una senoide, vale a dire di una curva che può essere espressa con una funzione trigonometrica. Per esprimere la superficie relativa all'astigmatismo i polinomi di Zernike utilizzano quindi l'equazione di una parabola, che esprime la forma del meridiano, poi la moltiplicano per una funzione trigonometrica in modo da esprimere la variazione di curvatura di questo in base all'asse di rotazione. Il polinomio di Zernike riferito

Figura 87

all'astigmatismo si presenta quindi così: $\sqrt{6(\rho^2)}\cos 2\theta$, dove l'equazione di secondo grado relativa al meridiano viene moltiplicata per una funzione trigonometrica. Come si è già detto precedentemente però, questa funzione esprime la superficie di "best fit" riferita ad un astigmatismo ad assi verticali. In pratica estrae dall'aberrazione totale la quota corrispondente ad un astigmatismo con asse $90^\circ-180^\circ$. A questo punto occorre calcolare anche la superficie che determina la quota di astigmatismo ad asse obliquo, che ha

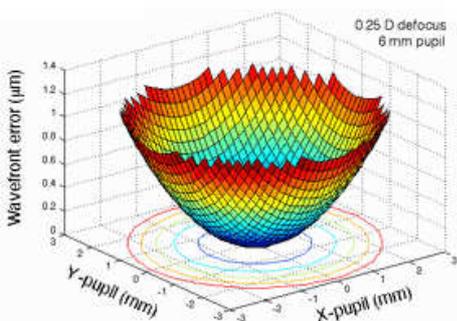
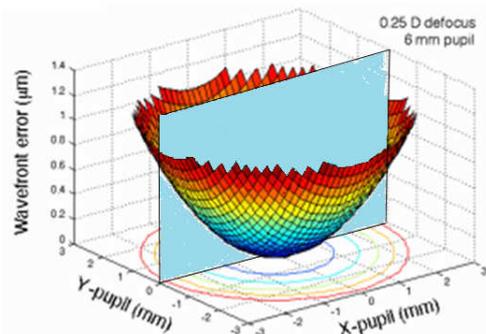


Figura 88

una equazione simile alla precedente, con la differenza che l'ultima parte è rappresentata, sempre da una funzione trigonometrica, ma in cui compare il valore del seno invece del coseno: $\sqrt{6(\rho^2)}\sen 2\theta$. La figura 87 mostra le curve determinate dalle funzioni di seno e coseno, come si vede si tratta sempre di sinusoidi solo che appaiono sfasate. Gli astigmatismi sono quindi due, uno ad asse verticale ed uno obliquo. L'asse vero e proprio dell'obiettivo esaminato sarà determinato dal bilanciamento di queste due componenti.

Andiamo adesso a vedere cosa accade nel defocus. Come si è visto precedentemente l'assenza di aberrazioni è rappresentata da una superficie piana, mentre nel defocus questa assume una forma parabolica a diversa concavità a seconda che si tratti di miopia o di ipermetropia. La figura 88 mostra la mappa del defocus inserita in un ipotetico sistema a tre assi cartesiani. Immaginiamo di nuovo un piano verticale che tagli la calotta passando per l'apice, come mostrato nella figura 89. Il bordo del taglio sarà rappresentato da una curva a forma di parabola che rappresenta il meridiano che nel defocus, come nell'astigmatismo, ha una forma parabolica. Trattandosi di una calotta perfettamente simmetrica il meridiano avrà sempre la stessa forma, qualunque sia l'orientamento radiale del piano, purchè questo si mantenga perpendicolare. Ne consegue che per conoscere la forma della superficie del defocus è sufficiente conoscere l'equazione della

curva del meridiano, che sarà infatti sempre uguale qualunque sia l'asse di rotazione. Nel polinomio di Zernike che esprime il defocus $[\sqrt{3}(2\rho^2-1)]$ manca infatti la componente trigonometrica. Quella del defocus è una superficie relativamente semplice, la superficie è parabolica, ma ogni meridiano presenta la stessa forma degli altri.



Il defocus e l'astigmatismo sono stati esaminati per primi perché sono quelli che permettono di capire meglio come sono classificati i polinomi e per prima cosa vediamo di ricordarne le equazioni:

defocus	$\sqrt{3}(2\rho^2-1)$	
astigmatismo	$\sqrt{6}(\rho^2)\cos 2\theta$	(ad asse verticale)
astigmatismo	$\sqrt{6}(\rho^2)\sin 2\theta$	(ad asse obliquo)

Per il momento consideriamo l'equazione che si riferisce all'astigmatismo ad asse verticale, come tutte le altre è

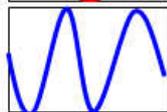
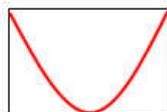
Figura 89
costituita da tre componenti:

1. $\sqrt{6}$
2. (ρ^2)
3. $\cos 2\theta$

La prima è definita come "fattore di normalizzazione". Non è facile da comprendere, ma basti sapere che serve a fare in modo che tutti i polinomi siano indipendenti tra di loro. E' molto importante perché permette che ogni aberrazione sia mostrata indipendentemente dalle altre. E' grazie a questo che possiamo avere una aberrazione, per esempio astigmatica, estratta da quella totale.

La seconda è la componente radiale ed infatti vi compare il simbolo ρ . Nel caso dell'astigmatismo è rappresentata da una parabola, che ha una equazione di secondo grado, ed infatti il simbolo ρ è elevato al quadrato. Il grado di questa equazione (secondo in questo caso) indica l'ordine radiale del polinomio corrispondente e l'astigmatismo è infatti una aberrazione di secondo ordine. Come vedremo altri polinomi esprimono curve di terzo o di quarto grado e saranno quindi di terzo o quarto ordine.

L'ultima componente è quella angolare. Come si è detto, nel caso dell'astigmatismo, i meridiani non sono tutti uguali, ma si modificano a seconda dell'asse di rotazione, per cui, per descrivere la forma della superficie, non è sufficiente esprimere il meridiano, ma l'equazione che lo rappresenta deve essere moltiplicata per una funzione trigonometrica, che esprime le sue modificazioni in base alla componente angolare.



Nel defocus non abbiamo questo problema, in questo caso i meridiani hanno tutti la stessa forma e quindi non è necessario considerare una variazione angolare. Questo è dimostrato dal fatto che, nel polinomio che si riferisce al defocus $[\sqrt{3}(2\rho^2-1)]$, appartenente sempre al secondo ordine radiale, manca la componente trigonometrica.

Qualcuno, esperto di geometria analitica, potrebbe meravigliarsi del fatto che nell'equazione relativa al defocus compare una sola incognita (ρ) e non figura l'altra (θ).

Può trovare la spiegazione considerando che in assi cartesiani l'equazione ($y = 5$)

Figura 90 corrisponde a quella di una retta parallela all'asse delle ascisse. Anche qui compare una sola incognita. L'equazione del defocus è espressa in coordinate polari e corrisponde a quella di una superficie a sezione parabolica ad asse perpendicolare al piano orizzontale, in cui la curvatura non si modifica in base all'orientamento angolare.

Torniamo all'astigmatismo ed esaminiamo la figura 90. La freccia rossa sovrapposta alla mappa rappresenta un meridiano che, come si è detto, ha la forma di una parabola. La freccia blu indica invece la componente angolare. Nel riquadro sottostante è rappresentata in rosso la forma del meridiano, che in questo caso è una parabola. Nell'altro riquadro è disegnata, in blu, la curva che si riferisce alla componente angolare e che ha la forma di una sinusoidale.



Questa, nel caso che stiamo esaminando, presenta due oscillazioni, vale a dire che percorrendo tutta la circonferenza dobbiamo salire e scendere, per due volte, sopra e sotto il piano di riferimento prima di ritrovarci nel punto di partenza.

Figura 91

Riassumendo possiamo dire che, nel caso dell'astigmatismo, la forma del meridiano

è rappresentata da una curva di secondo grado e la componente angolare da una sinusoidale con due oscillazioni. Questa osservazione è importante, perché queste definizioni sono alla base della notazione dei polinomi di Zernike, che sono tutti definiti in base ad un ordine e ad una frequenza.

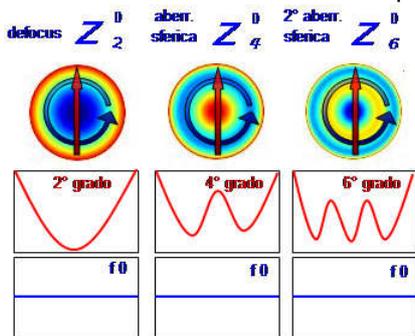
L'ordine corrisponde al grado dell'equazione della curva della componente radiale, che esprime il meridiano. In questo caso si tratta di una equazione di secondo grado per cui l'ordine è 2.

La frequenza è data invece dal numero di oscillazioni presenti nella curva sinusoidale, in questo caso sono ancora due, per cui la frequenza dell'astigmatismo è di 2. Qui però bisogna fare una distinzione, sappiamo che c'è un astigmatismo ad asse verticale, espresso da una funzione di coseno, ed uno obliquo, espresso con una funzione di seno. Alla frequenza del primo viene convenzionalmente attribuito un valore positivo (+2), mentre al secondo negativo (-2).

Nella notazione degli Zernike l'ordine viene indicato come sottoscritto e la frequenza come sovrascritta, come mostrato nella figura 91. Dopo queste precisazioni siamo adesso in grado di scrivere per esteso i polinomi che si riferiscono agli astigmatismi:

$$Z_2^2 \sqrt{6(\rho^2)\cos 2\theta} \quad Z_2^{-2} \sqrt{6(\rho^2)\sin 2\theta}$$

Adesso che abbiamo definito cosa si intende per ordine radiale e per frequenza andiamo ad esaminare di nuovo le aberrazioni alla luce di quanto si è detto.



Nel defocus il problema della componente angolare non si pone. In questo caso tutti i meridiani hanno la stessa forma parabolica ed infatti, nel polinomio che si riferisce al defocus, manca la funzione trigonometrica. Il defocus appartiene sempre alle aberrazioni di secondo ordine perché la curva che caratterizza il meridiano è sempre una parabola, ma alla frequenza verrà attribuito un valore di zero. Il polinomio del defocus è quindi: $Z_2^0 \sqrt{3(2\rho^2-1)}$

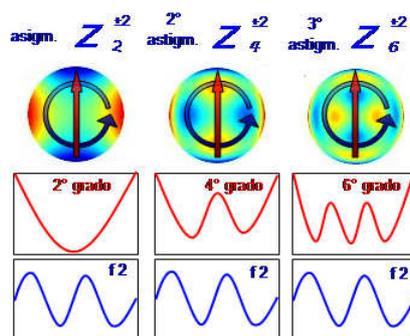
Come si è accennato in precedenza, per ogni aberrazione, come l'astigmatismo o la coma, si può immaginare un'altra aberrazione, della stessa frequenza, ma in cui si complica la forma del meridiano generando un secondo astigmatismo o una seconda coma. Anche per il defocus accade la stessa cosa, nella piramide di Zernike si può

Figura 92

trovare un secondo defocus, che però prende il nome di aberrazione sferica. In questo caso la frequenza è sempre uguale a zero, nel senso che i meridiani sono sempre tutti uguali tra di loro, solo che presentano una ulteriore oscillazione in periferia, disegnando una curva di quarto grado. Nella figura 92 la prima immagine a sinistra mostra la mappa del defocus in scala di colori. La freccia rossa indica il meridiano e, nel riquadro sottostante, sempre in rosso, è disegnata la curva corrispondente, che ha la forma di una parabola. La linea circolare blu indica la frequenza e scorre lungo tutta la circonferenza. Dato che in questo caso non ci sono modificazioni altitudinali viene rappresentata con una retta e viene riportata nel riquadro inferiore, sempre di colore blu.

L'immagine centrale mostra l'aberrazione sferica con le stesse caratteristiche. La frequenza è sempre uguale a zero, ma la forma del meridiano si modifica disegnando una curva di 4° grado.

Nella rappresentazione della piramide di Zernike ci si limita in genere al quinto ordine, ma si può andare oltre, in alcuni casi vengono mostrate aberrazioni fino al settimo. L'ultima immagine si riferisce infatti a quella che viene definita come seconda aberrazione sferica, sempre con frequenza uguale a zero, ma con una curva del meridiano di 6° grado e quindi appartenente al 6° ordine di Zernike.



Si può fare la stessa cosa con l'astigmatismo. Anche in questo caso la curva che descrive il meridiano è una parabola, quindi una curva di secondo grado e l'aberrazione appartiene quindi al secondo ordine di Zernike, come il defocus. La freccia circolare blu descrive la componente angolare e nella figura 93 si può osservare che la linea blu effettua due oscillazioni. Nell'astigmatismo la frequenza è quindi uguale a ± 2 . Ribadisco che tutte le aberrazioni con frequenza diversa da zero hanno una doppia rappresentazione ad assi differenti, rappresentate dalla frequenza positiva oppure negativa.

La seconda e la terza figura rappresentano rispettivamente il secondo e il terzo astigmatismo, appartenenti al quarto e al sesto ordine di Zernike. Da notare che le curve radiali, quelle che esprimono i meridiani, sono le stesse del defocus e dell'aberrazione sferica (prima e seconda). Anche qui si parte da una parabola e poi la curva diventa più complessa diventando di quarto e sesto grado. La frequenza

Figura 93

rimane naturalmente invariata.

Se avete capito il meccanismo facciamo la stessa cosa col tilting. Nella prima immagine della figura 94 viene sempre mostrata l'immagine in scala di colori. In questo caso la componente radiale, espressa dalla freccia rossa, non subisce oscillazioni, ma c'è solo una modificazione regolare della pendenza. L'equazione che esprime questa componente è infatti una retta che ha un'equazione di primo grado ed il tilting è infatti una

aberrazione di primo ordine.

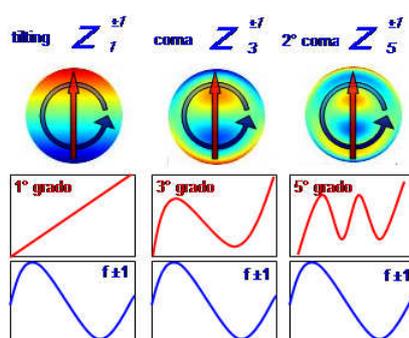


Figura 94

più complesse. Nella figura 95 sono mostrate, sempre con lo stesso principio, il trifoglio, il quadrifoglio e il pentafoglio.

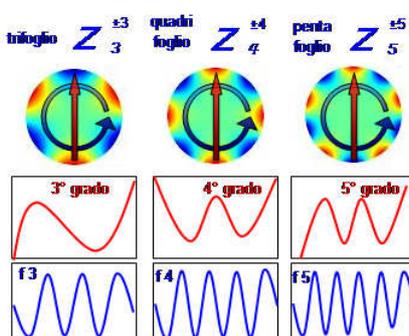


Figura 95

secondo trifoglio ($Z_5^{\pm 3}$) in cui la frequenza è sempre la stessa, ma la componente radiale si complica e forma una curva rappresentata da una equazione di quinto grado. Si è già detto che, in genere, la rappresentazione dei polinomi di Zernike si ferma al quinto ordine, ma in certi casi vengono mostrate piramidi fino al settimo. Se si va a curiosare in queste, nelle ultime file troviamo l'esafoglio ($Z_6^{\pm 6}$) e l'eptafoglio ($Z_7^{\pm 7}$), ci sono anche una seconda aberrazione sferica (Z_6^0) e un terzo astigmatismo ($Z_6^{\pm 2}$).

La piramide di Zernike

Di solito quando si parla di aberrazioni questo è il primo argomento che viene trattato, ma qui si è preferito prima descrivere dettagliatamente ogni singola aberrazione e chiarire cosa si intende per ordine e per frequenza, in modo che ci si possa orientare più facilmente all'interno della piramide.

All'apice c'è il pistone (Z_0^0), si tratta della superficie di riferimento. Scendendo verso il basso troviamo aberrazioni di ordine progressivamente più elevato, mentre spostandoci lateralmente si ha un aumento della frequenza, positiva verso destra e negativa verso sinistra (viceversa in altre rappresentazioni).

Lungo l'asse della piramide troviamo le aberrazioni simmetriche, vale a dire quelle che non presentano modificazioni in base all'orientamento angolare dei meridiani e che quindi hanno una frequenza di zero. Oltre al pistone troviamo il defocus (Z_2^0) e l'aberrazione sferica (Z_4^0). Se scendessimo fino al sesto ordine troveremmo anche una seconda aberrazione sferica (Z_6^0). Tutte queste hanno un'unica rappresentazione, non hanno infatti una frequenza positiva o negativa ed è per questo motivo che sono situate lungo l'asse della piramide. Tutte le altre hanno una doppia rappresentazione. Nella seconda fila, in corrispondenza delle aberrazioni di primo ordine, troviamo il tilting ($Z_1^{\pm 1}$), con due riproduzioni, ad assi differenti, in accordo col fatto che i meridiani si modificano in relazione all'orientamento angolare. Direttamente sotto il tilting, nella fila delle aberrazioni di terzo ordine, troviamo la coma ($Z_3^{\pm 1}$) e ancora più giù, in quella corrispondente al quinto ordine, la seconda coma ($Z_5^{\pm 1}$). Se ci avventurassimo fino a quelle di settimo troveremmo anche una terza coma ($Z_7^{\pm 1}$).

La fila corrispondente al secondo ordine presenta tre aberrazioni. Quella centrale è il defocus, le altre due rappresentano gli astigmatismi ($Z_2^{\pm 2}$), tutte hanno i meridiani che presentano una forma parabolica.

Direttamente sotto all'astigmatismo, nella fila del quarto ordine, c'è il secondo astigmatismo ($Z_4^{\pm 2}$) e scendendo ancora fino al sesto ne troveremmo anche un terzo ($Z_6^{\pm 2}$).

La fila successiva corrisponde al terzo ordine, conosciamo già le due aberrazioni centrali, si tratta della

La frequenza però non è di zero, come nel caso del defocus, ma la freccia blu, nel seguire la circonferenza, esegue una oscillazione, (una sola e non due come nel caso dell'astigmatismo) che corrisponde ad una frequenza di ± 1 .

Anche qui però le cose si possono complicare. Il meridiano si può incurvare e disegnare una curva di terzo grado. In teoria si tratta del secondo tilting, che prende il nome di aberrazione di coma. Questa è illustrata nel riquadro centrale ed è una aberrazione di terzo ordine, sempre con frequenza di ± 1 . Se esploriamo la piramide di Zernike e andiamo a guardare nelle aberrazioni di quinto ordine troviamo anche una seconda coma, che è quella illustrata nella terza figura.

Ormai il meccanismo dovrebbe essere chiaro e, tanto per completezza, possiamo permetterci di esaminare anche aberrazioni

Attenzione però, nei casi precedenti abbiamo mostrato gruppi di aberrazioni che avevano tutte la stessa frequenza, ma ordine differente (tilting→coma→2° coma)

(defocus→aberrazione sferica→2° aberrazione sferica).

Adesso non è più possibile, nella figura compaiono aberrazioni in cui contemporaneamente crescono sia l'ordine che la frequenza. Il trifoglio è di 3° ordine con frequenza ± 3 , il quadrifoglio di 4° ordine e di frequenza ± 4 . A questo punto è interessante osservare che, nel caso del trifoglio, lungo un meridiano si alternano una zona rossa e una blu, la stessa cosa accade anche nel pentafoglio e in generale in tutte le aberrazioni con frequenza dispari. Nel quadrifoglio invece e in tutte le aberrazioni con frequenza pari le aree rosse e blu sono contrapposte.

Se poi andiamo a cercare nelle aberrazioni di 5° ordine troviamo un

coma, mentre le due più esterne sono il trifoglio ($Z_3^{\pm 3}$). Nella fila del quinto ordine, direttamente sotto al trifoglio, troviamo il secondo trifoglio ($Z_5^{\pm 3}$) e nella fila del settimo ordine ne troveremmo anche un terzo ($Z_7^{\pm 3}$).

L'aberrazione sferica si trova al centro della fila delle aberrazioni di quarto ordine e ai lati presenta le due del

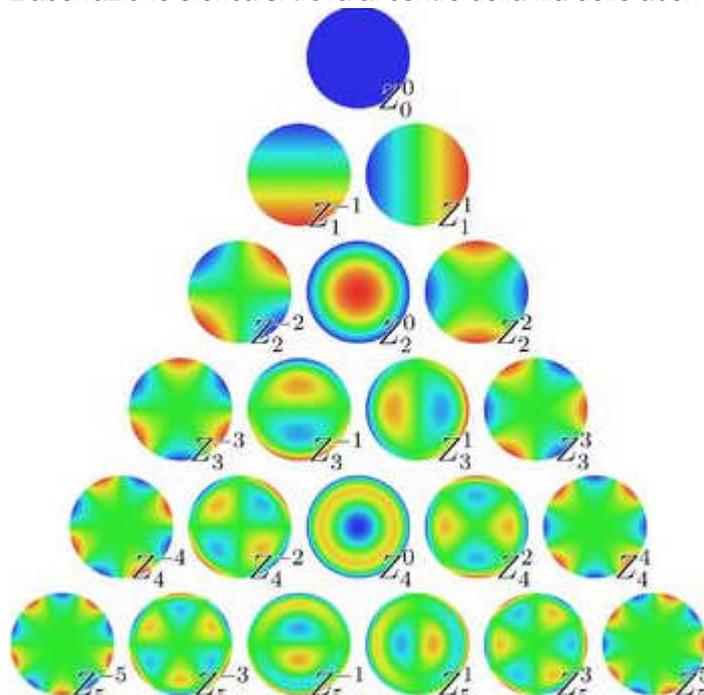


Figura 96

nella piramide. E' evidente allora che i polinomi sono teoricamente infiniti, potremmo infatti continuare indefinitamente a scendere verso basso, aggiungendo ordini superiori, con curve dei meridiani espressi da equazioni di grado sempre più elevato, che rappresenterebbero il quarto astigmatismo o la quinta coma. Dall'altra parte peraltro, possiamo considerare frequenze sempre maggiori e immaginare l'ottafoglio, il nonafoglio o il decafolio. In genere comunque non si supera il settimo ordine ed è questo solitamente il più elevato rappresentato dagli apparecchi.

secondo astigmatismo. Ancora più lateralmente c'è il quadrifoglio ($Z_4^{\pm 4}$), questo infatti presenta sempre il meridiano formato da una curva di quarto grado, ma con un aumento della frequenza angolare. Nelle aberrazioni di sesto ordine troveremmo anche un secondo quadrifoglio ($Z_6^{\pm 4}$)

Le aberrazioni dell'ultima fila rappresentata nella figura sono quelle di quinto ordine e sono già state tutte esaminate, meno le due più esterne che mostrano il pentafooglio ($Z_5^{\pm 5}$), nella fila del settimo ordine troveremmo anche il secondo pentafooglio ($Z_7^{\pm 5}$).

I polinomi fino al terzo ordine vengono definiti di "basso ordine", mentre quelli di "alto ordine" sono dal quarto in poi, che in genere sono meno influenti sulla visione. Quelli che contano sono quindi il defocus, l'astigmatismo e la coma, ma anche l'aberrazione sferica, appartenete al quarto, spesso ha la sua importanza, specialmente in occhi sottoposti a chirurgia refrattiva.

A questo punto dovrebbe essere chiaro il meccanismo con cui vengono classificati i polinomi di Zernike e come vengono disposti

Qualche considerazione sulle rappresentazioni in scala di colori

Si è detto ripetutamente che le rappresentazioni cromatiche mostrate dagli aberrometri possono confondere gli oftalmologi, che sono abituati a valutare le topografie e che quindi possono essere tratti in inganno da mappe aberrometriche, che indicano delle scale di colori con un significato del tutto diverso.

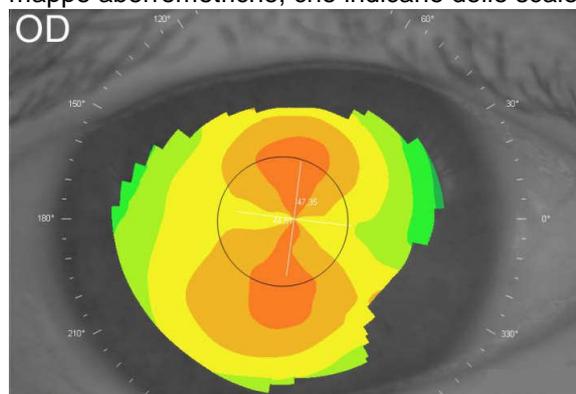


Figura 97

Si è detto ripetutamente che le rappresentazioni cromatiche mostrate dagli aberrometri possono confondere gli oftalmologi, che sono abituati a valutare le topografie e che quindi possono essere tratti in inganno da mappe aberrometriche, che indicano delle scale di colori con un significato del tutto diverso. Se qualche oftalmologo non è convinto di poter cadere in questo tranello è opportuno fare qualche considerazione e qualche paragone riguardo a queste rappresentazioni.

Nella figura 97 è mostrata una mappa corneale in rappresentazione assiale ed in scala assoluta. Chiunque la riconosce come quella di un astigmatismo secondo regola, con la classica clessidra rossa disposta verticalmente. L'asse non è proprio esattamente verticale, ma trattandosi di un occhio destro, è leggermente inclinato nasalmente. Osservando il gradiente di colori è facile anche valutare che si tratta di un astigmatismo abbastanza elevato, si riferisce infatti ad un occhio con circa tre diottrie cilindriche ad asse 80-170.

Ricordiamo, a questo punto, che la topografia rappresenta una mappa di curvatura in cui il rosso identifica le aree a

curvatura maggiore e si va poi progressivamente diminuendo verso il blu, attraverso tutte le sfumature del giallo e del verde. Tutti saranno anche concordi nell'affermare che non si tratta della rappresentazione della "forma" della cornea, ma solo delle sue variazioni di curvatura. Per rappresentare invece la forma, dobbiamo ricorrere ad un'altra elaborazione, che viene fornita dalla mappa altitudinale. A questo punto è utile ricordare qualcosa su

questo tipo di rappresentazione, che viene ormai fornita da quasi tutti gli strumenti topografici, anche da quelli che utilizzano un disco di Placido per le rilevazioni.

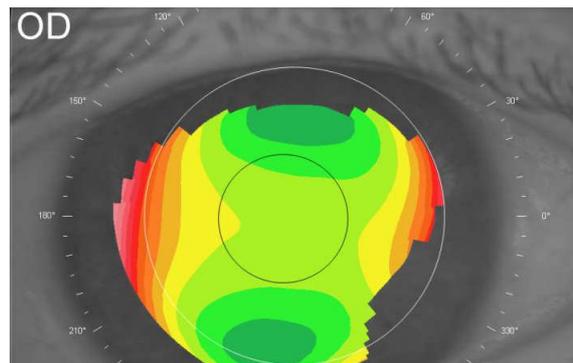


Figura 98

Si basa sulla valutazione delle differenze altitudinali tra la superficie reale della cornea ed una ipotetica calotta sferica, con la base sul limbus ed una curvatura uguale a quella media della cornea in questione. Se la cornea considerata fosse perfettamente sferica le due superfici combacerebbero e la mappa si presenterebbe uniformemente colorata in verde. Nella valutazione di una cornea normale invece, le aree che stanno sopra la superficie di riferimento vengono colorate di giallo e di rosso, mentre quelle che stanno sotto si presentano con le varie gradazioni del blu.

Molti oftalmologi sono in grado di prevedere mentalmente l'aspetto della mappa altitudinale conoscendo quella

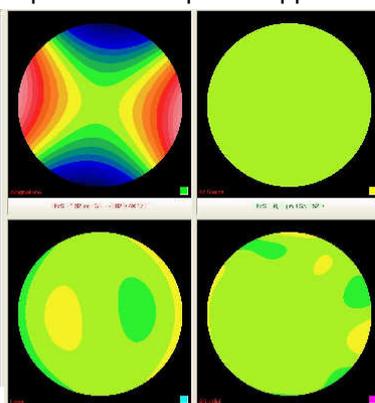
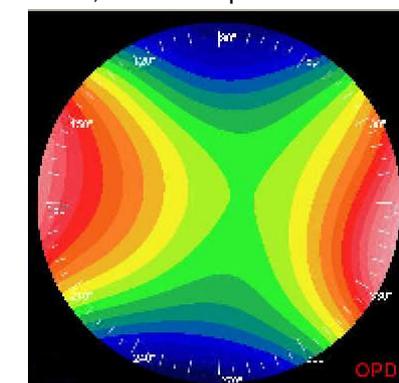


Figura 99

assiale, ma forse qualcuno non si aspettava che quella rappresentata nella figura 98 è la mappa altitudinale, in scala assoluta, dello stesso occhio raffigurato in quella precedente. Come si può osservare i colori sono invertiti, sul meridiano verticale c'è il blu mentre il rosso e il giallo occupano quello orizzontale. In effetti in una cornea astigmatica i meridiani più curvi vanno al di sotto della superficie sferica di riferimento, mentre quelli più piatti la superano in altezza e la mappa altitudinale rappresenta bene la forma torica che li caratterizza.

A questo punto è venuto il momento di chiederci come si presenta la mappa aberrometrica in scala di colori. Per non creare interferenze è stata valutata una

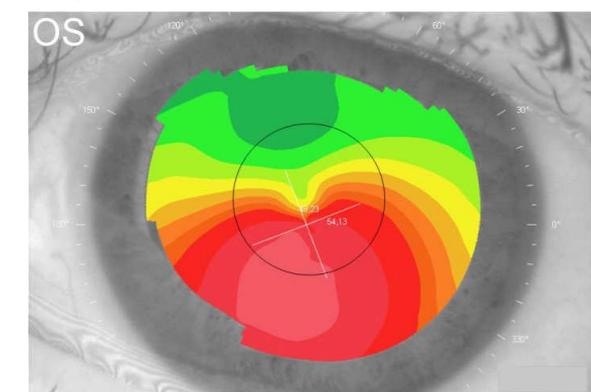


Figura 100

topoaberrometria, sempre dello stesso occhio e riferita alla stessa acquisizione strumentale, in modo anche da esprimere solo quanto deriva dalla superficie anteriore della cornea, senza che ci possano essere modificazioni indotte da altri mezzi diottrici come il cristallino. L'immagine è mostrata nella figura 99 dove, a sinistra c'è la mappa totale, quindi con la somma di tutte le aberrazioni, mentre a destra ci sono quattro immagini in cui viene fatta una scomposizione nelle varie componenti. In alto a sinistra c'è l'astigmatismo e in alto a destra l'aberrazione sferica. In basso a sinistra è rappresentata la coma, mentre in basso a destra ci sono tutte le rimanenti messe assieme. Non le definisco aberrazioni di alto ordine perché quella sferica è rappresentata a parte. Come si vede la componente principale è quella astigmatica, c'è anche una modesta coma, mentre l'aberrazione sferica è assente e le altre sono trascurabili. In quella astigmatica la

distribuzione dei colori presenta il blu sull'asse verticale e il rosso su quello orizzontale, con un aspetto molto più simile alla mappa altitudinale rispetto a quella di curvatura. Quella mostrata è quindi la rappresentazione di un astigmatismo secondo regola, che in aberrometria ha i colori blu sul meridiano più rifrangente, con una disposizione contraria a quella della clessidra astigmatica della mappa di curvatura a cui molti sono abituati. In effetti in aberrometria la distribuzione dei colori si avvicina di più a quella delle mappe altitudinali che a quelle di curvatura.

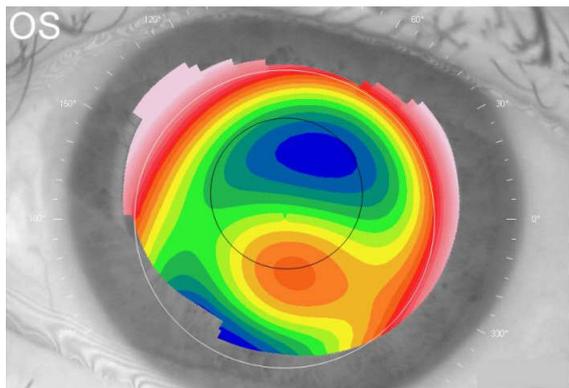
Tutto questo naturalmente è vero se si considera la rappresentazione secondo lo schema suggerito dall'OPD, mentre per il WFE la situazione è invertita.

Non bisogna però pensare che la mappa altitudinale

mostrerà sempre una distribuzione di colori al contrario di quella di curvatura, questo è vero nel caso dell'astigmatismo, ma le cose non stanno sempre così e per dimostrarlo esaminiamo adesso quello che può succedere in altre situazioni.

La figura 100 mostra inequivocabilmente la topografia di una cornea affetta da cheratocono e tutti gli oftalmologi sono in grado di riconoscerla immediatamente senza difficoltà. Andiamo adesso a vedere come si presenta lo stesso occhio, in cui viene elaborata una mappa altitudinale. Questa è mostrata nella

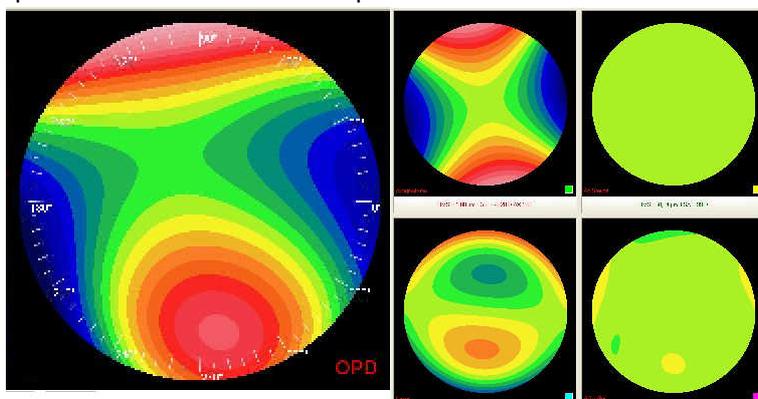
figura 101 e, come si vede, si ha una rappresentazione del tutto differente rispetto a quella di curvatura, ma



non possiamo dire che c'è una inversione dei colori. Il rosso caratterizza sempre la zona interessata dall'apice del cono, mentre la zona blu interessa la parte superiore che è anche quella meno rifrangente. Del resto se ragioniamo pensando a come si genera una mappa altitudinale i conti tornano. L'apice del cono sarà situato ad un livello superiore rispetto ad una ipotetica calotta sferica di curvatura uguale a quella media della cornea, mentre nelle zone superiori la superficie scende al di sotto e quindi viene rappresentata con colori blu. In questo caso effettivamente le aree più curve corrispondono a quelle a maggiore altitudine, ma non è sempre così e, come si è visto, nell'astigmatismo questo non si verifica. Adesso, che si dovrebbe avere acquisita una certa dimestichezza, osservando la mappa altitudinale si può provare ad indovinare quali saranno le aberrazioni che affliggono

Figura 101

quest'occhio. Come nel caso precedente è stata elaborata una mappa topoaberrometrica, sul medesimo



occhio sempre sulla base della stessa acquisizione. La figura 102 mostra la mappa totale, con tutte le aberrazioni, mentre nella figura a lato c'è la consueta scomposizione nelle varie componenti. Come ci aspettava, la figura in basso a sinistra mostra una consistente componente di coma, in linea col fatto che si tratta di un occhio affetto da cheratocono. Notiamo anche che c'è anche una discreta quota di astigmatismo, non sempre così importante in questi occhi. L'aberrazione sferica è assente, mentre le altre sono trascurabili. Ricordiamo a questo punto che si tratta di mappe topoaberrometriche, utilizzate per

Figura 102

poter mostrare le diverse rappresentazioni, riferite sempre alla stessa acquisizione strumentale e che mostrano le aberrazioni della sola superficie corneale. Eseguendo una aberrometria vera e propria si esaminerebbe il fronte d'onda determinato dall'intero obiettivo oculare e l'aspetto potrebbe essere un po' diverso, per la concomitante comparsa di altre aberrazioni indotte ad esempio dal cristallino. Non dimentichiamo comunque che in media il 70-80% del totale delle aberrazioni è determinato dalla superficie anteriore della cornea. Anche qui si può osservare come l'aberrazione di coma, la più caratteristica di questo tipo di occhi, mostri una mappa che ricorda abbastanza quella altitudinale da cui sostanzialmente la topoaberrometria deriva.

Lo scopo di quest'ultima descrizione era comunque quella familiarizzare con le mappe cromatiche che esprimono le aberrazioni in modo di sviluppare una certa esperienza con la distribuzione dei colori, anche in relazione a quello che avviene con le topografie.

La rappresentazione e la misura delle aberrazioni

In oculistica le aberrazioni sono sempre state quantificate in diottrie, che sono però una misura della potenza delle lenti. Ma in cosa consiste una miopia di 3 diottrie? Sappiamo che in questo caso i raggi luminosi focalizzano sull'asse ottico circa un millimetro davanti alla retina, tuttavia ogni oftalmologo risponderebbe che caratterizza un occhio dove raggi luminosi focalizzano davanti alla retina e in cui una lente sferica negativa di 3 diottrie di potere, convenzionalmente anteposta ad una distanza di 12 millimetri, è in grado di riportare il fuoco sul piano retinico. Se però la distanza occhio lente è diversa, come nel caso dell'applicazione di una lente a contatto, il valore corrispondente cambia, però non in maniera costante, ma proporzionalmente all'entità del difetto. Sicuramente si tratta di un sistema comodo, che ci permette di collegare direttamente l'entità di una ametropia al potere della lente che occorre prescrivere per correggerla, ma bisogna ammettere che si tratta di un metodo un po' contorto.

Non c'è allora da meravigliarsi se in aberrometria, che è stata sviluppata dagli ingegneri e non dagli oculisti, le unità di misura sono differenti. Le aberrazioni vengono presentate come immagini in scala di colori o anche come ricostruzione tridimensionale. I colori sono i soliti, che vanno dal blu al rosso attraverso le varie

sfumature di verde e giallo e sono gli stessi che si trovano nelle topografie, ma proprio per questo possono disorientare, perché in aberrometria non hanno lo stesso significato e la cosa merita qualche precisazione.

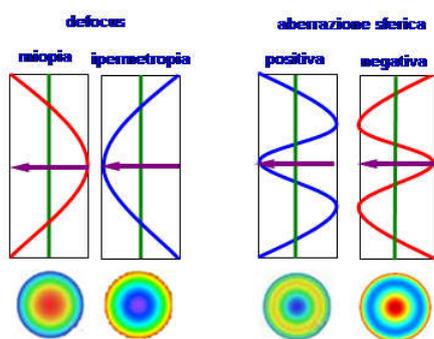


Figura 103

ipotizziamo che il fronte d'onda vada da destra verso sinistra, secondo la direzione delle frecce della figura 103, così come è classicamente rappresentato. La linea verde rappresenta il piano di riferimento e le parabole rappresentano il fronte d'onda del defocus, miopia a sinistra (rossa con concavità verso la direzione dei raggi) ed ipermetropia a destra (blu con concavità verso la provenienza dei raggi). In aberrometria quello che sta prima del piano di riferimento viene raffigurato in rosso, quello che sta dopo in blu. Nella parte inferiore sono quindi riportate le mappe in scala di colori e, come si può vedere, la miopia ha il rosso al centro e il blu in periferia, mentre nell'ipermetropia i colori sono al contrario. La stessa cosa vale per l'aberrazione sferica che può essere positiva o negativa. La positiva ha il blu al centro, mentre nella negativa c'è il rosso. Questo almeno è quello che si vede nella rappresentazione secondo l'OPD mentre per il WFE i colori sarebbero invertiti. Bisogna quindi che ciascuno sappia quale sistema utilizza il proprio apparecchio. In molti casi c'è la possibilità di selezionare l'uno o l'altro, ma a volte non è nemmeno indicato bene quale è quello di riferimento. Per semplicità adesso seguiremo la rappresentazione secondo il sistema OPD, basta sapere che nell'altro bisogna invertire i colori. Si è visto quindi come questi sono disposti nelle rappresentazioni cromatiche, con cui bisogna cominciare a farsi una certa esperienza, perché ci permettono di capire a colpo d'occhio il tipo e l'entità di una aberrazione.

C'è un altro aspetto, non sempre intuitivo, che conviene puntualizzare. Tutte le superfici aberrometriche risultano posizionate esattamente a cavallo del piano di riferimento, espresso col colore verde nelle rappresentazioni cromatiche. In termini matematici potremmo dire che se sommiamo le distanze, positive e negative, che separano ogni punto dalla superficie dal piano, che rappresenta il fronte d'onda ideale, otteniamo un valore zero. Nell'astigmatismo il piano di riferimento coincide con il centro della sella, che quindi presenta al centro il colore verde, mentre le ali saranno colorate di rosso o di blu. Nel caso del defocus, rappresentato da una calotta, il piano di riferimento non è tangente all'apice della cupola, ma la taglia a metà. In questo caso il colore verde è a metà strada mentre troveremo il colore rosso al centro e il blu in periferia nella miopia, il contrario nell'ipermetropia.

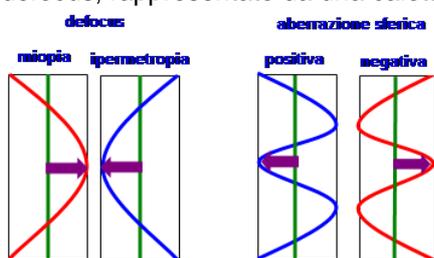


Figura 104

Ma le aberrazioni come si misurano? La risposta non è semplicissima; è necessario quantificare la differenza tra la superficie che rappresenta il fronte d'onda aberrato rispetto a quello piano di riferimento. Questa differenza può essere espressa con una distanza lineare e spesso si ha infatti una quantificazione in micron, che rappresenta la massima distanza tra la curva dell'aberrazione e il piano di riferimento. In pratica si tratta delle distanze rappresentate dalle frecce nella figura 104. Nel caso del defocus possiamo misurare la distanza che separa l'apice della calotta e il piano di riferimento e, dato che questo apice può essere prima o dopo, possiamo convenzionalmente definire una misura positiva per l'ipermetropia, e negativa per la miopia. La stessa cosa accade anche per l'aberrazione sferica. Anche qui c'è l'apice di una calotta, che può essere diretta in un senso o nell'altro e anche questa volta possiamo definire una distanza positiva o negativa. Queste però sono le uniche in cui c'è un segno più o meno nella misura, in tutte le altre i valori dovrebbero essere espressi in valore assoluto anche se, come vedremo, questa regola non è sempre rispettata. Nelle altre aberrazioni infatti non c'è più una calotta con la concavità in un senso o nell'altro, ma la superficie è simmetrica rispetto al piano di riferimento, e i meridiani possono avere la concavità rivolta in entrambe le direzioni a seconda dell'orientamento angolare. Quindi nelle aberrazioni non simmetriche, in pratica tutte con l'esclusione del defocus e dell'aberrazione sferica (prima e seconda), abbiamo contemporaneamente meridiani con concavità opposte. La distanza può essere ugualmente misurata, ma qui non avremo più valori positivi o negativi e tutte le distanze dovrebbero essere indicate in valore assoluto. Tutte queste aberrazioni hanno però una doppia rappresentazione, ad assi differenti. A pensarci bene una aberrazione sferica può essere positiva o negativa indipendentemente dalla posizione relativa della caustica rispetto alla retina. Un astigmatismo invece non sarà positivo o negativo, ma se mai ad asse verticale od obliquo e questa differenza è data dal bilanciamento delle due aberrazioni con frequenza di segno opposto. Attenzione a questo punto a non confondere, si è abituati a considerare l'astigmatismo negativo come miopico e quello positivo ipermetropico. Queste definizioni, proprie dell'oculistica classica, si riferiscono alla posizione della caustica rispetto al piano retinico, ma questa in aberrometria non è considerata direttamente, ma la si ricava dalla contemporanea valutazione del defocus.

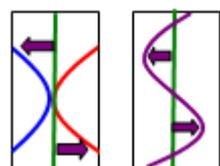


Figura 105

la distanza che separa l'apice della calotta e il piano di riferimento e, dato che questo apice può essere prima o dopo, possiamo convenzionalmente definire una misura positiva per l'ipermetropia, e negativa per la miopia. La stessa cosa accade anche per l'aberrazione sferica. Anche qui c'è l'apice di una calotta, che può essere diretta in un senso o nell'altro e anche questa volta possiamo definire una distanza positiva o negativa. Queste però sono le uniche in cui c'è un segno più o meno nella misura, in tutte le altre i valori dovrebbero essere espressi in valore assoluto anche se, come vedremo, questa regola non è sempre rispettata. Nelle altre aberrazioni infatti non c'è più una calotta con la concavità in un senso o nell'altro, ma la superficie è simmetrica rispetto al piano di riferimento, e i meridiani possono avere la concavità rivolta in entrambe le direzioni a seconda dell'orientamento angolare. Quindi nelle aberrazioni non simmetriche, in pratica tutte con l'esclusione del defocus e dell'aberrazione sferica (prima e seconda), abbiamo contemporaneamente meridiani con concavità opposte. La distanza può essere ugualmente misurata, ma qui non avremo più valori positivi o negativi e tutte le distanze dovrebbero essere indicate in valore assoluto. Tutte queste aberrazioni hanno però una doppia rappresentazione, ad assi differenti. A pensarci bene una aberrazione sferica può essere positiva o negativa indipendentemente dalla posizione relativa della caustica rispetto alla retina. Un astigmatismo invece non sarà positivo o negativo, ma se mai ad asse verticale od obliquo e questa differenza è data dal bilanciamento delle due aberrazioni con frequenza di segno opposto. Attenzione a questo punto a non confondere, si è abituati a considerare l'astigmatismo negativo come miopico e quello positivo ipermetropico. Queste definizioni, proprie dell'oculistica classica, si riferiscono alla posizione della caustica rispetto al piano retinico, ma questa in aberrometria non è considerata direttamente, ma la si ricava dalla contemporanea valutazione del defocus.

Nella figura 105 sono rappresentati l'astigmatismo e la coma. Non è facile rappresentare la forma della superficie astigmatica in due dimensioni. Vengono raffigurate due parabole, una rossa e una blu, che rappresentano i due meridiani principali, perpendicolari tra di loro, della superficie a forma di sella che rappresenta l'aberrazione astigmatica. Tutti gli altri avranno una curvatura intermedia. Come si vede i due meridiani hanno concavità in direzioni opposte, per cui la distanza può essere misurata sia in un senso che nell'altro ed infatti compaiono due frecce. La stessa cosa vale per la coma, evidenziata nell'immagine di fianco, in questo caso è raffigurata una sola curva, che però ha prima una concavità in un senso e poi nell'altro. Anche in questo caso la distanza dal piano di riferimento può essere misurata in entrambe le

Studio R. Carnevali					
1. Zernike/OPD No.1 Left Zone : 6.0 Order : 6					
Total	-4.00	-2.00	0.00	2.00	4.00
0. Piston					4.827
1. Tilt			0.089		
2. Tilt			0.507		
3. Astigm...			0.472		
4. Defocus					2.816
5. Astigm...		-1.106			
6. Trefoil			0.304		
7. Coma			0.046		
8. Coma			0.134		
9. Trefoil			0.049		
10. Tetrafoil			0.158		
11. Astig...		-0.071			
12. Spheri...			0.103		
13. Astig...		-0.072			
14. Tetrafoil			0.032		
15. Pentaf...		-0.094			
16. Trefoil		-0.144			
17. Coma			0.015		
18. Coma		-0.015			
19. Trefoil			0.008		
20. Pentaf...		-0.066			
21. Hexafoil		-0.035			
22. Tetrafoil			0.040		
23. Astig...		-0.007			
24. Spheri...			0.068		
25. Astig...			0.053		
26. Tetrafoil			0.024		
27. Hexafoil			0.019		

Figura 106

ci indica il grado e la gravità dell'aberrazione totale? La cosa non è semplice, sarebbe come pretendere di quantificare numericamente i danni rilevati dall'esame di un campo visivo misurando l'estensione delle superfici alterate. Tutti sanno che le aree del campo visivo non hanno tutte la stessa importanza, uno scotoma centrale crea molti più danni di un restringimento concentrico, anche se l'area interessata è significativamente più ristretta. Chiunque, per valutare i danni prodotti dal glaucoma non si accontenterebbe di conoscere il valore medio di riduzione della sensibilità luminosa, ma pretenderebbe di visualizzare la mappa campimetrica, per poi valutare la gravità dei danni in base alla propria esperienza. E' vero che quanto è stato detto finora è già sufficiente per coloro che desiderano utilizzare l'aberrometria a scopo clinico, ma se si vuole avere un quadro più completo c'è ancora qualche precisazione da fare, almeno per evitare di trovarsi disorientati. La quantificazione in micron spesso presenta qualche sorpresa ed è conveniente fare qualche riflessione al riguardo. Gli aberrometri offrono la possibilità di visualizzare un elenco completo delle aberrazioni ricavate dall'esame di un obiettivo oculare, quantificate in micron e indicate in un istogramma in cui è possibile valutare rapidamente quali sono le più rappresentative. La figura 106 ne è un esempio e ci mostra subito che siamo di fronte ad un occhio con un discreto defocus e anche con una certa quota di astigmatismo, mentre le altre, come la coma, sono scarsamente rappresentate. Tutto bene, ma sapreste dire se l'occhio in questione è miope o ipermetrope? E l'astigmatismo è secondo o contro regola? E come possiamo determinarne l'asse? Si comprende come questa rappresentazione sia valida per dare una quantificazione numerica dell'entità delle aberrazioni, ma non si adatta a rispondere alle domande precedenti, che sono poi quelle che si pone chi si occupa di patologie oculari. In effetti è possibile determinare questi dati, ma richiede qualche conoscenza in più e alla fine è molto più semplice esaminare le mappe. Vediamo comunque di chiarire qualche aspetto. Per prima cosa nell'elenco compaiono tutte le aberrazioni esaminate dai polinomi di Zernike, e quelle non simmetriche, cioè che prevedono l'indicazione di un asse, come l'astigmatismo, la coma o il trifoglio, hanno una doppia rappresentazione, ad assi differenti. Inoltre alcune appaiono positive, mentre altre sono negative, cosa che può apparire in contrasto con quanto detto prima. Il valore positivo o negativo è il risultato dell'equazione di Zernike e l'occhio in questione, nonostante il defocus sia espresso con un valore positivo, in realtà è miope. Nella colonna di sinistra le aberrazioni sono elencate in ordine e numerate progressivamente, non sono rappresentate in una struttura a piramide. Nell'istogramma non è ben evidenziato, ma bisogna sapere che la numero tre (3. *Astigm*) corrisponde alla quota di astigmatismo ad asse obliquo calcolata con la funzione di seno (Z_2^{-2}), mentre la numero cinque (5. *Astigm*) a quello ad asse verticale, calcolata con la funzione di coseno (Z_2^2). Come si vede la prima è meno rilevante ed è positiva, mentre la seconda, più consistente appare negativa.

Questa rappresentazione delle aberrazioni non è in linea col modo di pensare degli oftalmologi e il segno non ha nulla a che vedere con quello della lente cilindrica necessaria a correggerli. L'astigmatismo ad assi verticali viene calcolato con una funzione di coseno, di conseguenza quello secondo regola risulta negativo mentre quello contro regola è espresso secondo la stessa funzione, ma cambia di segno diventando positivo. Allo stesso modo l'astigmatismo obliquo viene calcolato con una equazione in cui compare la

funzione di seno. Se il meridiano più rifrangente si trova a 45° il valore è positivo, viceversa se è a 135° . Ne deriva che l'istogramma si riferisce ad un occhio miope e con astigmatismo prevalentemente verticale secondo regola, vale a dire con il meridiano verticale più rifrangente. Questa rappresentazione può servire per quantificare ogni singola componente e darci un'idea del grado di irregolarità presente in un occhio per una valutazione complessiva. E' utile inoltre per misurare l'entità delle aberrazioni in termini numerici ed eseguire confronti tra acquisizioni differenti, come ad esempio prima e dopo un intervento chirurgico, ma per un oftalmologo la sua comprensione non è così immediata. In effetti comprendere gli istogrammi non è strettamente indispensabile per chi vuole utilizzare l'aberrometria a scopo clinico, ma per completezza di esposizione è utile chiarire anche questo aspetto e per farlo la cosa migliore è esaminarli assieme alle corrispondenti

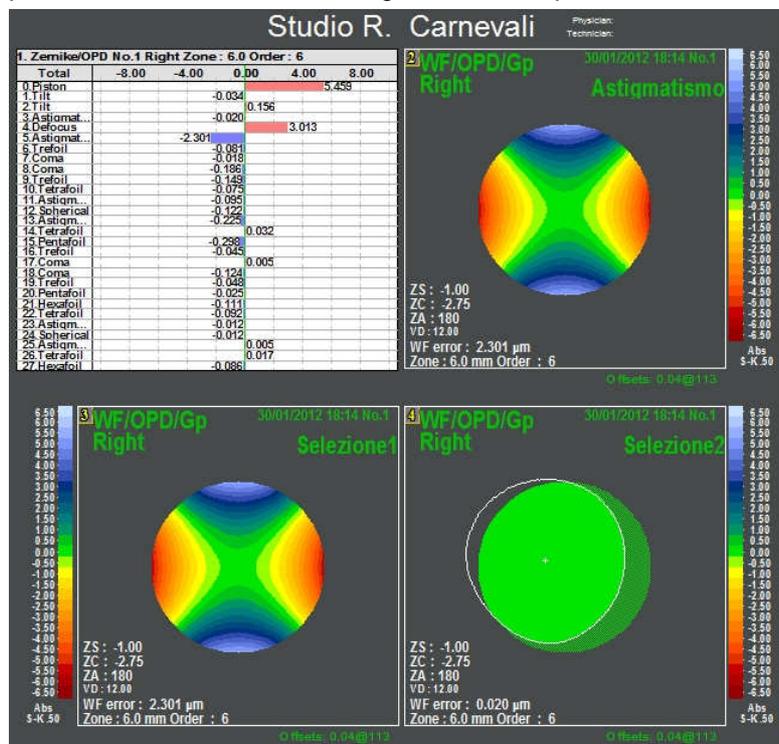


Figura 107 raffigurazioni delle mappe aberrometriche, con cui si dovrebbe ormai avere acquisito una maggiore familiarità.

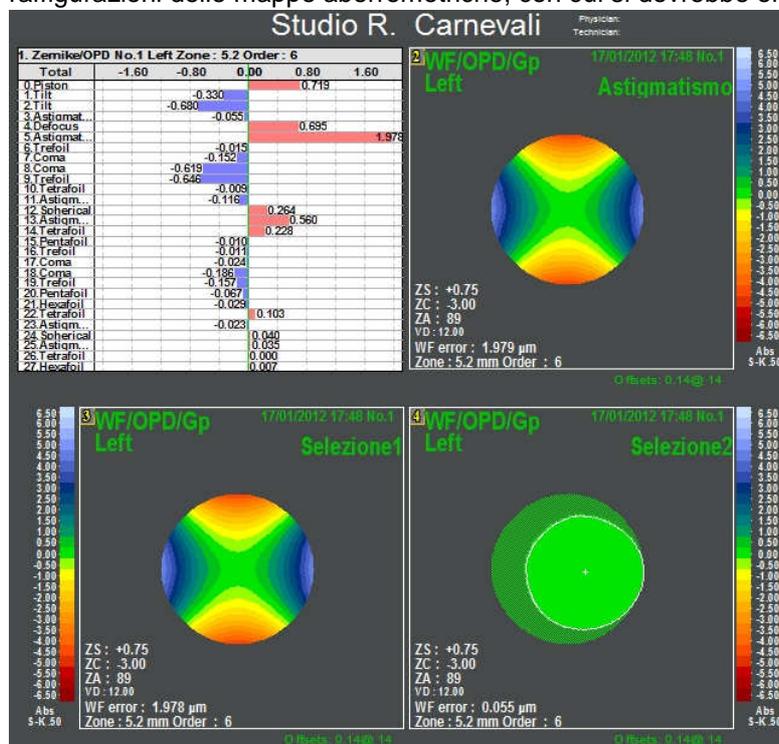


Figura 108 ad assi obliqui, naturalmente tutta verde dato che questa componente è praticamente assente (WF error: $-0.020\mu m$). La mappa in alto a destra esprime entrambe le componenti, verticale ed obliqua, ed è quella che si è soliti visualizzare per un esame clinico. In questo caso è uguale a quella riferita all'asse

verticale, data l'assenza della componente obliqua. Anche qui compare il valore di WF error, sempre in valore assoluto e in questo caso uguale a quello della mappa in basso a sinistra riferita all'asse 90°-180°, visto che l'altra componente è assente.

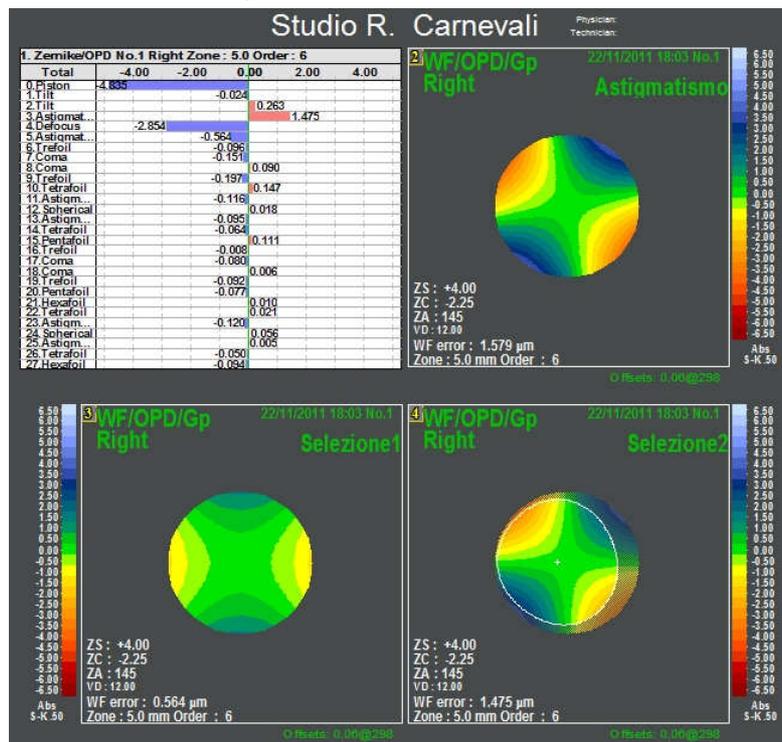


Figura 109

quantificazione del valore del WF error dell'astigmatismo totale, espresso in micron, corrisponde a quanto

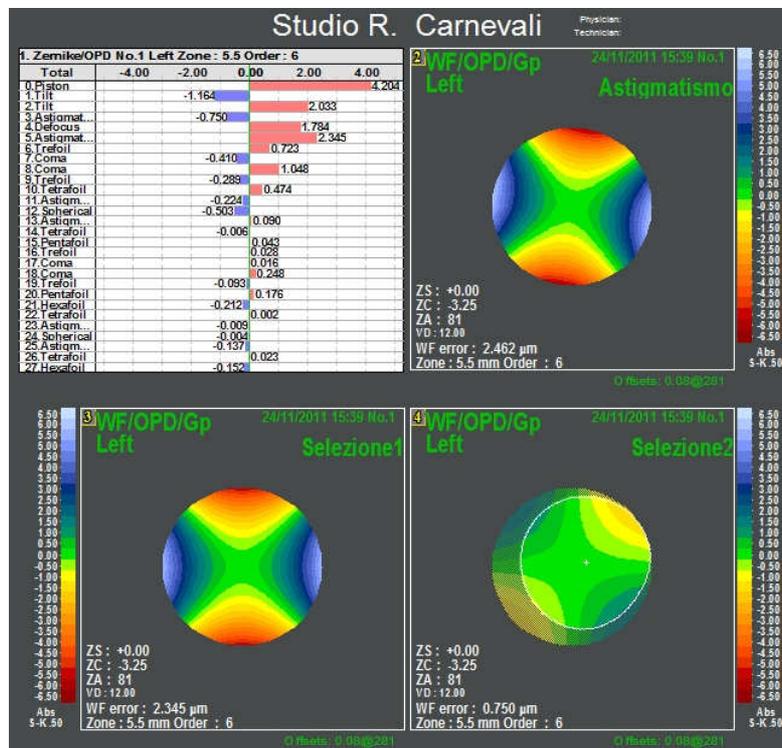


Figura 110

andiamo a dare un'occhiata al valore di wavefront error nella mappa in alto a destra, che esprime entrambe le componenti: (1.579 µm). Si tratta come sempre di un valore assoluto ed è diverso da entrambi i precedenti.

Facciamo un ultimo esempio.

La figura 108 mostra il caso opposto. Siamo di fronte ad un astigmatismo contro regola, questa volta il meridiano più rifrangente è quello orizzontale, anche qui l'asse è quasi esattamente verticale e la componente obliqua è praticamente assente, come mostrato dalla mappa in basso a destra. Anche qui il valore di WF error della mappa in alto a destra (1.979 µm) mostra praticamente lo stesso valore di quella che esprime la componente verticale (1.978 µm). Queste misure sono espresse in valore assoluto, ma se andiamo a vedere l'istogramma vediamo che il valore corrispondente all'astigmatismo ad asse verticale (5. astigm 1.978 µm) è espresso con un valore positivo in linea col fatto che ci troviamo di fronte ad un occhio in cui il meridiano più rifrangente è quello orizzontale.

Finora abbiamo esaminato occhi astigmatici, secondo o contro regola ma con asse esattamente verticale, a 90° o a 180°. Si è potuto notare come la ritroviamo nell'istogramma in corrispondenza di quello verticale vista l'assenza della componente obliqua. Da rimarcare il fatto che negli istogrammi il valore è negativo nei secondo regola e positivo nei contro regola, mentre nelle mappe è espresso in valore assoluto. Vediamo adesso cosa succede se cambiamo l'asse.

La figura 109 mostra un occhio con un astigmatismo obliquo a 55° e la mappa completa è mostrata come al solito nella figura in alto a destra.

In basso a sinistra c'è quella della componente verticale, si tratta di un astigmatismo secondo regola e nell'istogramma è espresso con un valore negativo, in linea col fatto che il meridiano verticale è più rifrangente (5 Astigm -0.564 µm). La componente obliqua è sempre rappresentata nella mappa in basso a destra, questa volta non è tutta verde dato che questa componente è significativa. Inoltre il meridiano più rifrangente è a 45° e nell'istogramma il valore è positivo (3. Astigmat 1.475 µm). A questo punto

La figura 110 mostra un altro occhio astigmatico e questa volta l'asse è a 170° e lo definiremmo contro regola, dato che il meridiano più rifrangente è quello orizzontale. Come prevedibile c'è anche una discreta componente obliqua, sempre espressa nella mappa in basso a destra e questa volta il meridiano più rifrangente è quello a 135°. A questo punto possiamo prevedere come saranno i valori di wavefront error espressi nell'istogramma.

Quello verticale sarà positivo dato che il meridiano più rifrangente è l'orizzontale (5. *Astigmat* 5.345 μm) mentre in quello obliquo il meridiano più curvo è a 135° e quindi il valore sarà negativo (3. *Astigmat* -0.750 μm).

Nella mappa in alto a destra dove viene espresso l'astigmatismo totale e da cui possiamo ricavare l'asse, il valore di wavefront error sarà in valore assoluto e diverso da entrambi i precedenti (WF error: 2.462 μm). Lo stesso discorso fatto adesso per l'astigmatismo potrebbe continuare, esaminando anche tutte le altre aberrazioni che hanno una doppia rappresentazione, come la coma o il trifoglio, in cui l'asse viene determinato dal bilanciamento delle due componenti.

Riassumiamo adesso quanto è emerso dell'esame degli esempi precedenti.

- In un elenco delle misure dell'errore del fronte d'onda, come quelle espresse in un istogramma, compaiono spesso le aberrazioni singolarmente calcolate mediante i polinomi di Zernike e quindi vengono indicate separatamente quelle che hanno una doppia rappresentazione, ad assi verticali e ad assi obliqui, come nel caso dell'astigmatismo. In pratica questo vale per tutte, ad eccezione del defocus e dell'aberrazione sferica.
- Negli istogrammi le misure non sono sempre espresse in valore assoluto ma spesso hanno un valore positivo o negativo, che dipende dal risultato matematico derivante dall'equazione di Zernike.
- Nel caso dell'astigmatismo verticale i valori positivi esprimono quello contro regola, i negativi quello secondo regola.
- Nel caso dell'astigmatismo obliquo risultano valori positivi quando il meridiano più rifrangente è a 45° mentre saranno negativi quando è a 135°.
- Nelle mappe possiamo invece rappresentare contemporaneamente entrambe le componenti, ad assi differenti, il "wavefront error" è di solito diverso da quello degli istogrammi che ne indicano una sola ed in genere viene espresso in valore assoluto.

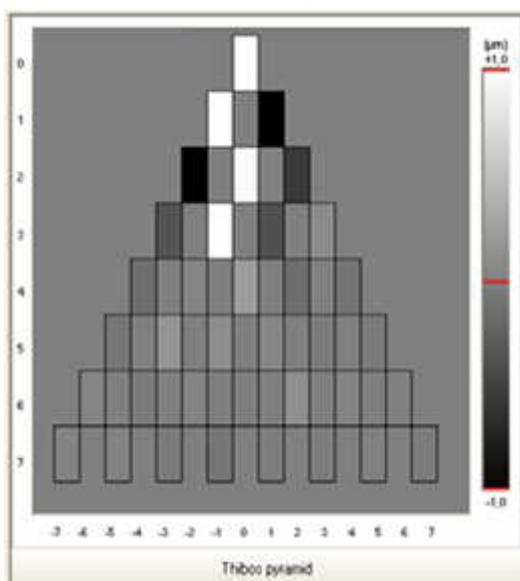


Figura 111

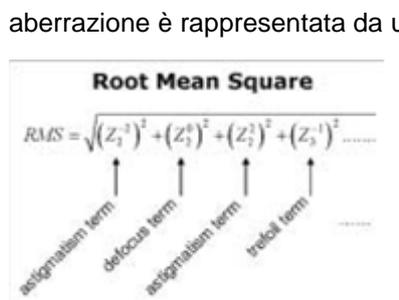


Figura 112

La Root Mean Square (RSM)

La misura delle aberrazioni espressa linearmente in micron come massima distanza tra la superficie aberrata e il piano di riferimento in alcuni casi può non essere l'ideale. Va bene se si considerano singolarmente il defocus o la coma, ma per quantificare una superficie irregolare ricavata dalla somma di più aberrazioni il sistema non è sempre adatto. La figura 113 mostra una mappa in cui sono contemporaneamente rappresentate le aberrazioni di

astigmatismo e di coma in un occhio affetto da lieve cheratocono. La superficie è irregolare, anche qui

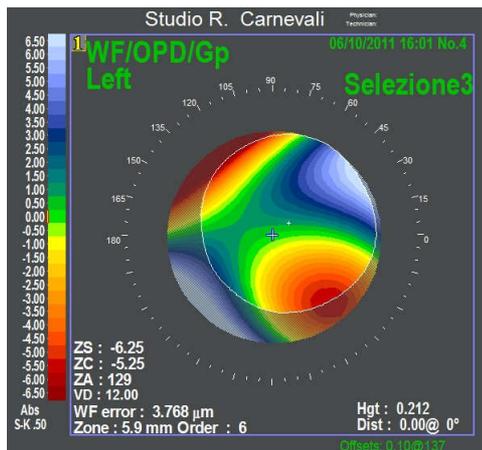


Figura 113

Il valore di RMS è anche spesso utilizzato per quantificare l'aberrazione totale di un sistema ottico e naturalmente il suo valore risulta sempre positivo.

La RMS quantifica l'entità delle aberrazioni totali, ma poi è importante valutare il contributo apportato da ognuna. Se un alto valore di RMS è determinato da un cospicuo defocus sappiamo di potere garantire comunque una buona visione con la prescrizione di un occhiale adeguato, le cose sono diverse se a determinarlo è la presenza di una aberrazione di coma.

Il defocus equivalente

La misura in micron spesso lascia disorientato qualche oftalmologo, abituato a ragionare in termini di diottrie, ed è quindi comprensibile che si trovi in difficoltà a dovere quantificare l'entità delle aberrazioni espresse con questi valori numerici. E' ovvio quindi che si ponga la domanda se è possibile collegare la misura in micron con quella espressa in diottrie? Purtroppo bisogna rispondere di no. L'entità delle aberrazioni è strettamente dipendente dalle dimensioni della pupilla e cresce con l'aumentare di questa, mentre il valore in diottrie non ne viene influenzato. Si tratta in sostanza di due sistemi completamente diversi, uno misura la vergenza dei raggi luminosi, mentre l'altro le differenze tra il fronte d'onda aberrato e quello di riferimento, per di più riferiti a quelli rilevati dagli apparecchi, che non corrispondono a quelli reali che si formano all'interno dell'occhio. Possiamo dire che in molti casi, con pupille di media grandezza, il valore unitario di un micron si approssima a quello di una diottria. In altre parole una miopia di cinque diottrie spesso ha una aberrazione di defocus con una grandezza che si avvicina a cinque micron, ma questo serve solo a dare un'idea dell'ordine di grandezza di questi valori. Le cose poi variano da caso a caso e non rimane che fare esperienza prendendo

$$\text{Defocus equivalente (D)} = 4\pi\sqrt{3} * \frac{\text{RMS } (\mu\text{m})}{\text{Area pupillare (mm}^2)}$$

Figura 115

Prof. Larry Thibos dell'università dell'Indiana, lo stesso che ha dato il nome alla piramide descritta precedentemente e che ha ideato anche la formula espressa nella figura 115. Questa permette di esprimere

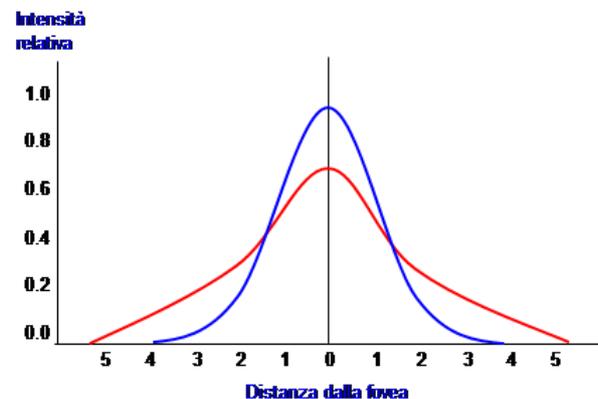


Figura 116

sarebbe possibile determinare la massima distanza che questa presenta con il piano di riferimento, ma potrebbe non essere significativa. In questi casi per quantificare la differenza tra la superficie aberrata e il piano di riferimento si utilizza la media delle distanze di tutti i punti, espressa sempre con una misura lineare in micron. Naturalmente queste distanze devono essere

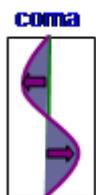


Figura 114

misurate in valore assoluto e, come si è detto prima, i matematici in questi casi adottano lo stratagemma di elevare ogni valore al quadrato. La media sarà quindi determinata dalla "Radice quadrata della media dei quadrati", frase che tradotta in inglese diventa "Root Mean Square". Naturalmente questo valore può essere calcolato anche per una singola aberrazione, come il defocus o la coma e nelle schermate degli apparecchi si trova spesso indicata sia la misura in micron che quella espressa in RMS, che spesso presentano qualche differenza.

l'abitudine di valutare queste dimensioni esaminando uno alla volta gli occhi che si osservano nella pratica quotidiana.

Misurare le aberrazioni in diottrie però è un'idea stimolante e qualcuno c'è riuscito. Si tratta del

le aberrazioni, quantificate appunto in diottrie e in maniera indipendente dalle dimensioni pupillari. In pratica esprime la quantità di defocus necessaria a riprodurre la stessa varianza di fronte d'onda provocata da una o più aberrazioni. In parole povere ci indica le diottrie di defocus necessarie per produrre la stessa sfocatura di immagine determinata dalle aberrazioni considerate. Non è proprio la stessa cosa che si fa con l'esame della refrazione, ma si tratta di un modo di descrivere l'aberrometria in un linguaggio più vicino al modo di pensare degli oftalmologi.

La Point Spread Function (PSF)

Consideriamo una sorgente luminosa puntiforme situata a distanza infinita, che proietta la sua immagine all'interno di un occhio. Se l'obiettivo è

completamente esente da aberrazioni l'immagine del punto si focalizzerà sulla retina e tutta l'intensità luminosa sarà localizzata in uno spazio puntiforme in corrispondenza della fovea. Va bene che in effetti questo non verifica mai, anche perché sono presenti almeno fenomeni di diffrazione durante il passaggio dei raggi luminosi attraverso la pupilla, ma a grandi linee questo è quanto in teoria avviene in un obiettivo perfetto. Se invece l'occhio è affetto da aberrazioni le cose cambiano. Quando, ad esempio, siamo di fronte ad una miopia la luce non focalizza sulla retina, ma avremo una dispersione dei raggi luminosi in un'area più o meno estesa in base all'entità del difetto. Di conseguenza la luce si disperde, la sua intensità risulterà ridotta, con un valore massimo in corrispondenza della fovea, andando poi progressivamente a ridursi mano a mano che ci si allontana. Questo fenomeno è descritto nella figura 116 dove c'è un sistema di assi cartesiani dove in ordinate è raffigurata l'intensità luminosa, mentre sulle ascisse è espressa la distanza dal centro della retina in minuti di arco. La linea blu evidenzia quanto succede in caso di una miopia, l'intensità luminosa è massima al centro e si va riducendo allontanandosi dalla fovea. La linea rossa esprime la stessa cosa nel caso di una miopia più elevata, si vede come l'intensità luminosa al centro si sia ridotta in quanto la luce si è distribuita su un'area più estesa. Quanto maggiore è l'entità del difetto tanto più la curva risulta appiattita con un valore di intensità luminosa ridotta ed una estensione su un'area più vasta. Potremmo anche dire che la quantità totale di luce che raggiunge la

Figura 117

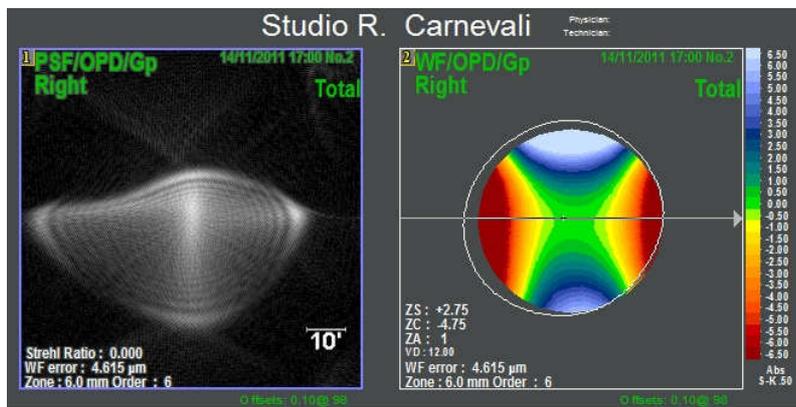


Figura 118

retina è sempre la stessa, ma dove è maggiore la dispersione essa si distribuisce in un'area più estesa e

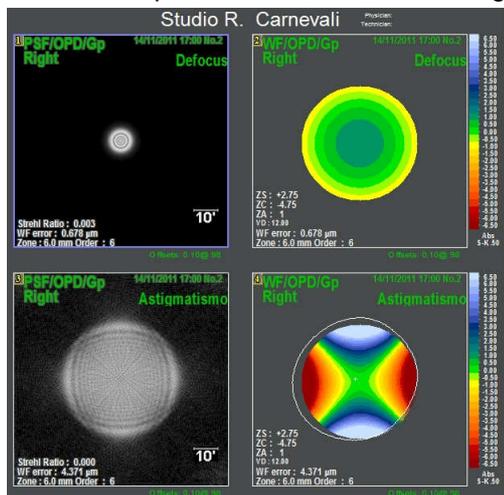


Figura 119

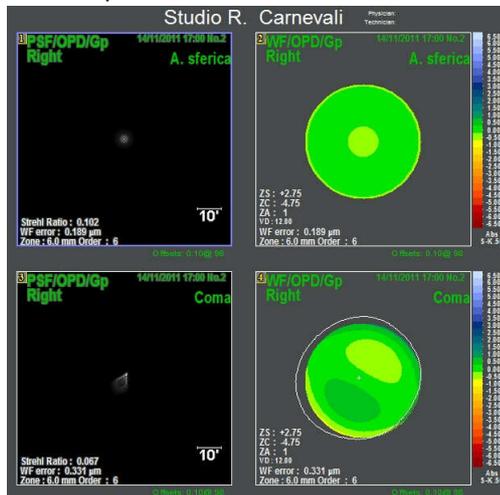


Figura 120

l'intensità in corrispondenza della fovea si riduce. Nel grafico appaiono delle curve, ma è abbastanza intuitivo che nella realtà si tratta di superfici tridimensionali a forma di cupola, con l'apice al centro come mostrato nella figura 117. La Point Spread Function è la funzione matematica che esprime l'equazione di questa superficie e in italiano potrebbe essere tradotta come "Funzione di dispersione di una sorgente luminosa puntiforme". Quanto è stato appena descritto avviene in un occhio miope, la luce si disperde in un'area circolare con il centro in corrispondenza della fovea, dove abbiamo la maggiore intensità. Questa sarà ridotta e risulterà uguale in ogni punto equidistante dal centro in qualunque direzione. Le cose cambiano se andiamo a considerare una aberrazione diversa dal defocus, come l'astigmatismo o la coma. Anche in questo caso avremo una dispersione della luce su un'area più o meno vasta, ma la sua intensità non andrà uniformemente riducendosi dal centro alla periferia ma sarà maggiormente concentrata in alcune aree rispetto ad altre e la superficie che la descrive avrà una forma più complessa. Gli aberrometri permettono di visualizzare la PSF simulando la dispersione che una sorgente luminosa subisce dopo essere stata focalizzata sulla retina dall'obiettivo aberrato. Molto in teoria questo dovrebbe rappresentare il modo in cui viene vista, dall'occhio esaminato, una sorgente luminosa puntiforme

situata all'infinito. Nella figura 118 viene raffigurata la PSF affiancata alla mappa che esprime le aberrazioni totali. Gli apparecchi però permettono anche di scorporare le varie componenti e di visualizzarle separatamente. Nelle figure 119 e 120, sempre riferite allo stesso occhio, sono raffigurate le immagini di PSF relative a defocus, astigmatismo, aberrazione sferica e coma affiancate alle mappe relative alle aberrazioni corrispondenti.

E' possibile quindi visualizzare questa funzione separatamente, valutandole in funzione di ogni singola aberrazione determinando per ciascuna l'influenza sulla dispersione della luce.

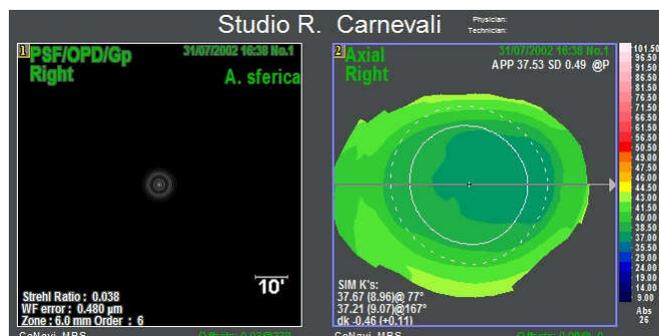


Figura 121

Nelle figure 121 e 122 sono state affiancate mappe di PSF con le corrispondenti topografie corneali per dimostrare come in un occhio sottoposto a chirurgia refrattiva sia evidente una aberrazione sferica mentre nel successivo, affetto da cheratocono, sia più evidente l'aberrazione di coma. Nelle rappresentazioni della PSF appare indicato anche il valore del wavefront error che risulta uguale a quello che si può trovare nelle mappe che esprimono la stessa aberrazione.

osservando poi le mappe di PSF si può osservare anche il valore di Strehl Ratio che prende il nome dal fisico e astronomo tedesco Karl Strehl che lo ha sviluppato. Potremmo tradurre il significato come "Frazione di Strehl" ed esprime infatti un rapporto. Molto utilizzata in fisica e non soltanto nello studio dell'ottica, ma poco conosciuta in oculistica, è utilizzata soprattutto per valutare la qualità dell'immagine ottenuta dai telescopi.

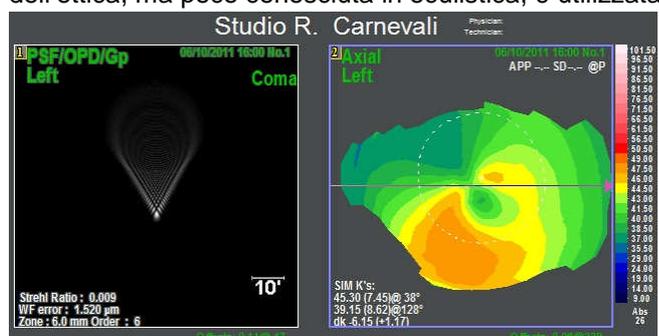


Figura 122

Come si è detto all'inizio, se l'immagine di una sorgente luminosa posta all'infinito viene focalizzata sulla retina, o in generale sullo schermo di qualunque sistema ottico, tutta la luce dovrebbe in teoria focalizzare in un punto. In effetti questo non avviene mai, anche in completa assenza di aberrazioni, a causa dei fenomeni di diffrazione che avvengono a livello del diaframma, la pupilla nel caso dell'occhio. In realtà l'intensità luminosa si distribuisce in un picco, a forma di cupola, come quello descritto nella figura 117 ed è possibile determinare questa superficie attraverso calcoli, per la verità abbastanza

complessi, che tengono conto della RMS dell'obiettivo esaminato, della grandezza della pupilla e anche della lunghezza d'onda della luce. In pratica è possibile, per ogni obiettivo esaminato, calcolare la Point Spread Function migliore possibile, cioè quella che si verificherebbe nel caso di completa assenza di aberrazioni e dipendente solo dai fenomeni di diffrazione a livello del diaframma. La Strehl Ratio esprime il rapporto tra il valore calcolato per l'obiettivo in questione e quello di un obiettivo con le stesse caratteristiche in completa assenza di aberrazioni. In pratica esprime il rapporto tra la Point Spread Function dell'obiettivo esaminato rapportata a quella che sarebbe in assenza di aberrazioni e determinata dalla presenza dei soli fenomeni di diffrazione. Ne risulta un valore che varia tra 0 e 1. Più è elevato in valore e minori saranno le aberrazioni. Un valore di 0.8 è in genere considerato buono.

La Modulation Transfer Function (MTF)

Tutti sanno, bene o male, cosa si intende per contrasto, si tratta in sostanza della differenza di luminosità tra le linee chiare e scure che compongono una griglia. Questo tutto sommato è vero, ma per

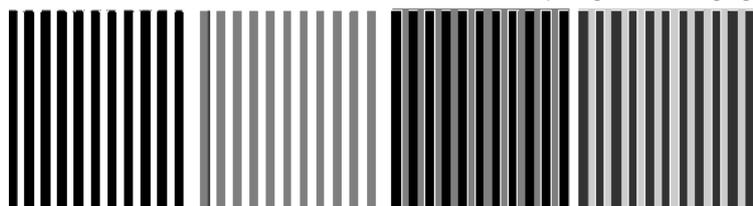


Figura 123

capire cosa si intende esattamente e come può essere misurato è necessaria qualche precisazione. La prima immagine della figura 123 mostra una griglia di bande bianche e nere, ben conosciuta da chi si occupa di oculistica. Potremmo definire una luminanza massima, corrispondente a quella delle bande chiare (E_{max}), ed una minima delle bande scure (E_{min}). Chiunque definirebbe il contrasto come la differenza tra le due ($E_{max} - E_{min}$) ed in effetti questo corrisponde abbastanza bene al concetto, ma dal punto di vista matematico non si tratta di una definizione perfettamente corretta. Nelle seconda e nella terza immagine della figura 123 si apprezzerebbe teoricamente una diminuzione del

contrasto, ma in realtà questo non si è modificato, è stata solamente aumentata o diminuita la luminanza totale ($E_{max} + E_{min}$). Solo nell'ultima c'è effettivamente una diminuzione del contrasto, mentre la luminanza totale è la stessa della prima immagine. In altre parole, per esprimere correttamente la modulazione, vale a dire il contrasto, occorre che la differenza tra la luminanza delle bande chiare e scure venga rapportata a quella totale. Dal punto di vista matematico la modulazione viene quindi espressa con una frazione, dove la differenza di luminanza viene divisa con quella totale: $M=(E_{max}-E_{min})/(E_{max}+E_{min})$.

Quanto è stato precisato adesso non sarà fondamentale, ma serve a definire più correttamente il concetto di contrasto, che è comunque abbastanza conosciuto da tutti. Adesso che si è chiarito cosa si intende per modulazione e si è mostrata la formula per misurarla è abbastanza facile capire che questa diminuisce in presenza di una sfocatura della griglia, dove i bordi delle linee chiare e scure non sono più netti ed i limiti tra l'una e l'altra vanno sfumando, come mostrato nella figura 124. E' evidente quindi che in presenza di aberrazioni, come ad esempio il defocus, ci sarà una diminuzione del contrasto tanto più accentuata quanto più sottili sono le linee che compongono la griglia, vale a dire quanto maggiore è la loro frequenza spaziale (ν). Consideriamo adesso una griglia come sorgente e immaginiamo di focalizzare l'immagine sulla retina. Come sarà il contrasto dopo che i raggi luminosi hanno attraversato l'obiettivo oculare? In teoria, se l'occhio è perfettamente emmetrope, questo non si dovrebbe modificare, mentre le cose cambiano se l'obiettivo oculare è aberrato; la griglia verrà proiettata sulla retina con una sfocatura e questo determinerà una riduzione del contrasto, che sarà tanto più accentuata quanto più sono sottili le strisce che la compongono, vale a dire quanto maggiore è la frequenza spaziale.



Quanto si è appena affermato è vero solo in parte, perché anche se la luce attraversa un obiettivo perfetto si hanno comunque dei fenomeni di diffrazione attraverso la pupilla e quindi anche in un occhio perfettamente emmetrope si verifica un deterioramento del contrasto, che sarà ancora più accentuato in presenza di aberrazioni. Si è già accennato di questo fenomeno a proposito della Point Spread Function. Attraverso un calcolo, per la verità abbastanza

complesso, che tiene conto, sia delle dimensioni della pupilla che delle aberrazioni espresse attraverso la RMS, è possibile conoscere la variazione del contrasto che una immagine subisce nel passaggio attraverso l'obiettivo esaminato. Questa viene espressa tramite una funzione che esprime il rapporto tra la modulazione (o contrasto) dell'immagine ottenuta sulla retina (M_i) e quella dell'oggetto sorgente (M_o) calcolata per ogni frequenza spaziale (ν). La funzione si presenta quindi così: $MTF(\nu) = M_i / M_o$ e il suo valore sarà inversamente proporzionale al deterioramento. In altre parole 0.2 esprime un peggioramento superiore rispetto a 0.6, mentre il valore teorico massimo è di 1 che si verifica in caso di uguaglianza tra la modulazione dell'immagine e quella dell'oggetto ($M_i = M_o \rightarrow M_i / M_o = 1$). Quella appena descritta rappresenta la "Funzione di Trasferimento del Contrasto" o Modulation Transfer Function (MTF), molto

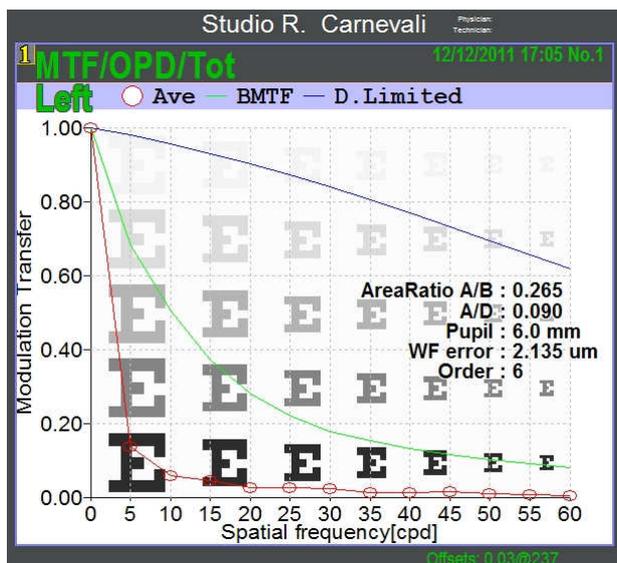


Figura 125

rappresenta il massimo teorico raggiungibile. A seconda degli apparecchi è poi possibile ricavare la curva delle aberrazioni totali o riferirsi ad una in particolare come il defocus, l'astigmatismo o la coma, scelta di volta in volta.

Si è visto come un aberrometro ha a disposizione tutti i dati di calcolare sia la Point Spread Function che la Modulation Transfer Function. Indicativamente la prima permette di determinare la sfocatura dell'immagine,

la seconda determina invece il deterioramento del contrasto in funzione della frequenza spaziale. Si comprende a questo punto come sia possibile simulare l'acutezza visiva dell'occhio esaminato attraverso l'immagine di un ottotipo, spesso anche con lettere graduate in base a vari livelli di contrasto, e farsi un'idea della qualità visiva riprodotta attraverso un esame che fa parte della consueta pratica clinica.

La superficie di riferimento

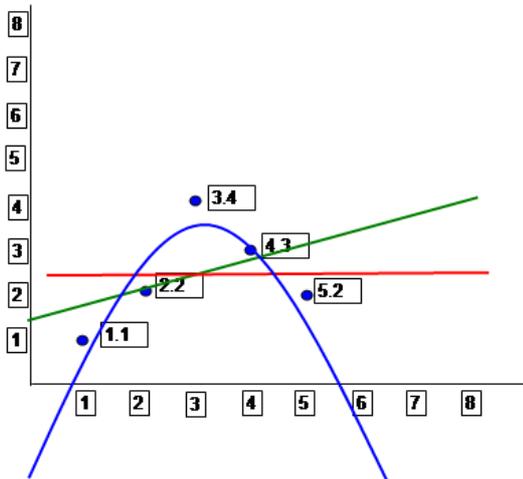


Figura 126

calcoli, comunque l'equazione risulta $y = -0,5x^2 + 3,3x - 2$ e la curva è quella rappresentata in blu, sempre nella figura 126. Anche questa volta rappresenta quella in cui la somma di tutti gli scarti quadratici rispetto ai punti è la minima possibile.

Torniamo adesso ad esaminare in maniera un po' più dettagliata il sistema di assi cartesiani che è stato illustrato all'inizio, quando si è parlato della retta di regressione lineare.

Come si è detto vi inseriamo 5 punti e questa volta attribuiamo anche un valore reale alle coordinate (1; 1), (2; 3), (3; 4), (4; 3) e (5; 2). Come stato detto, su questi punti è possibile calcolare l'equazione della retta di regressione lineare grazie al sistema a due incognite che ci viene fornito dalla statistica. Vi risparmio i calcoli ma da questi risultano $m = 0,3$ e $p = 1,5$. L'equazione si presenta quindi $y = 0,3x + 1,5$ e la retta corrispondente è disegnata in verde nella figura 126. Ricordiamo soltanto che si tratta della retta di "best fit" in cui la somma delle distanze tra tutti i punti è la minima possibile.

Su questi punti è possibile calcolare anche la curva di regressione parabolica, questa può essere calcolata con il sistema a tre equazioni e a tre incognite che è stato descritto a suo tempo. Anche questa volta risparmiamo i

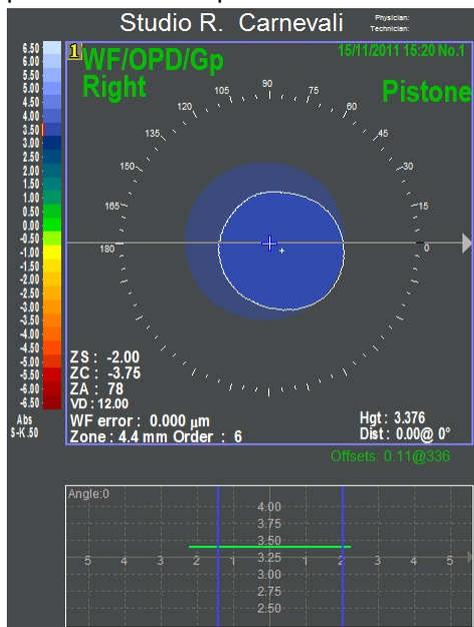


Figura 127

tutti i punti del fronte d'onda e rappresenta il limite di separazione per l'attribuzione dei colori. Infatti se raffiguriamo la mappa del pistone vediamo una superficie con colore uniforme che varierà dal rosso al blu a seconda dell'altezza relativa. La cosa è mostrata nella figura 127 dove in basso, nel diagramma, è visibile come al solito la curva del meridiano che, in questo caso, è rappresentata da una linea orizzontale che esprime il livello del pistone.

A questo punto cerchiamo di determinare l'equazione di un'altra retta, sempre in grado di minimizzare le distanze, ma poniamo la condizione che sia orizzontale, cioè parallela all'asse della ascisse. Definire una retta del genere è facile, è perfettamente orizzontale con un valore di ordinata costante ed uguale alla media aritmetica delle ordinate dei cinque punti che abbiamo inserito. Se vogliamo scriverlo correttamente in termini matematici la formula è $y = \Sigma y_i / n$ dove Σy_i è la somma di tutte le ordinate e n il numero dei punti, cioè 5. Quindi l'equazione diventa: $y = (1 + 3 + 4 + 3 + 2) / 5$ vale a dire $y = 2,4$. E' rappresentata nella figura con la linea rossa.

Quale è il significato di questa retta? Semplicemente potremmo dire che si tratta del livello di riferimento per stabilire cosa sta sopra e cosa sta sotto. Nella retta o nella parabola, che sono state calcolate e che appaiono nella figura, potremmo colorare di rosso le porzioni che giacciono superiormente e di blu quelle che figurano nella porzione inferiore, il tutto attraverso le varie gradazioni del giallo e del verde. In pratica in aberrometria questa corrisponde al pistone con la differenza che in questo caso non abbiamo a che fare con delle rette o delle curve, ma con delle superfici tridimensionali. Si tratta semplicemente di un discorso più complicato, ma la sostanza non cambia. In pratica il pistone rappresenta la superficie piana che esprime la posizione media di

Le figure 128 e 129 vogliono mostrare le differenze che si osservano nelle mappe che esprimono le varie aberrazioni a seconda che venga incluso o meno il pistone. Nella figura 128 vengono mostrate sulla sinistra le aberrazioni totali, il defocus e l'aberrazione sferica. A destra vengono raffigurate le stesse con la presenza del pistone. Nella figura 129 viene fatta la stessa cosa con l'astigmatismo, la coma e il trifoglio. Come si vede nelle aberrazioni rappresentate sul lato sinistro, per intenderci quelle senza il pistone, il colore verde occupa sempre una posizione intermedia. In pratica, nel caso dell'astigmatismo o del trifoglio il verde occupa la posizione centrale, mentre le "ali" sono colorate in rosso o in blu.

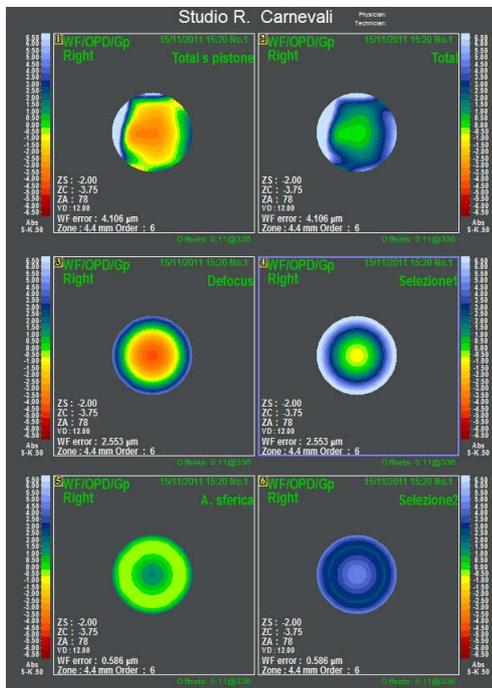


Figura 128

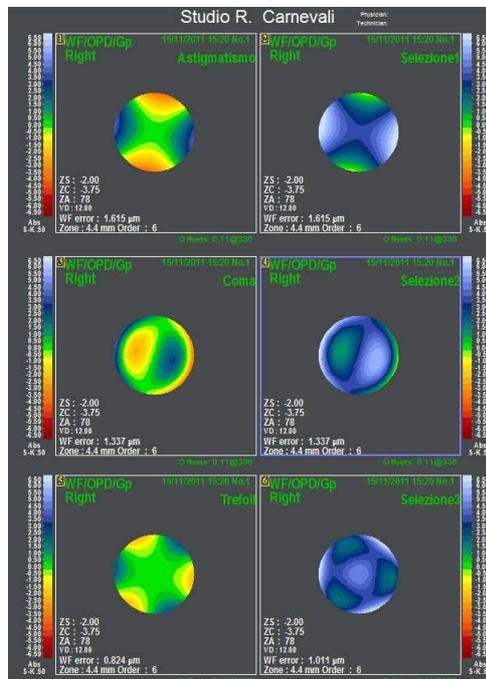


Figura 129

al centro mentre le aree rossa e blu sono contrapposte. Nel defocus e nell'aberrazione totale si nota un'area rossa al centro, in linea col fatto che si tratta di un occhio miope, mentre il verde occupa una posizione intermedia. Questo è in accordo col fatto che nella calotta che rappresenta il defocus il piano di riferimento non è tangente all'apice, ma la taglia a metà. Nelle immagini sul lato destro di ogni

figura è stato inserito anche il pistone. Come si vede la mappa sostanzialmente non cambia, ma viene solo modificato il livello di riferimento per cui si avrà una modificazione del colore della quantità espressa dal pistone, verso il blu nel caso degli esempi mostrati.

Ancora qualche puntualizzazione

Quanto è stato detto finora è già più che sufficiente a fornire un quadro completo a chi vuole utilizzare

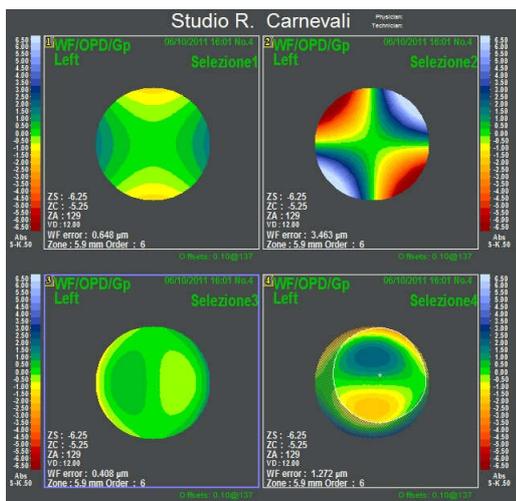


Figura 130

l'aberrometria nella propria attività. Naturalmente si tratta di una tecnica che richiede un minimo di esperienza per permettere una corretta interpretazione delle mappe, ma una volta capiti concetti fondamentali, non dovrebbe risultare particolarmente difficile padroneggiarla. Se si vuole però descrivere le cose con completezza rimangono ancora alcune precisazioni. Non ho voluto inserirle nella descrizione precedente per non complicare troppo le cose, avrebbero finito con l'appesantire l'esposizione. Si tratta in sostanza di chiarire qualche concetto che non risulta indispensabile per cui, se volete, potete anche saltare questo paragrafo che tratta di questioni matematiche complicate, noiose e difficili, ma se qualcuno si sente in grado e ha voglia di cimentarsi in argomenti di trigonometria e di geometria analitica potrà avere un quadro più completo.

Parlando di astigmatismo si è detto che l'analisi aberrometrica calcola una superficie relativa all'astigmatismo ad assi verticali ed un'altra per quello ad assi obliqui. L'astigmatismo vero e proprio, con il relativo asse, sarà poi determinato dal bilanciamento di queste due. Si è anche detto il perché si non si esaminano gli astigmatismi secondo o contro regola ma quelli ad assi verticali ed obliqui; il primo è calcolato con una funzione di coseno, mentre il secondo è espresso attraverso quella di seno, cioè con due funzioni trigonometriche sfasate di 45°. Il

Parlando di astigmatismo si è detto che l'analisi aberrometrica calcola una superficie relativa all'astigmatismo ad assi verticali ed un'altra per quello ad assi obliqui. L'astigmatismo vero e proprio, con il relativo asse, sarà poi determinato dal

secondo regola è espresso con la stessa funzione del contro regola solo che cambia di segno. Adesso cerchiamo di insinuare qualche dubbio nella mente di coloro che sono convinti di avere afferrato completamente il concetto.

La figura 130 mostra le mappe di diverse aberrazioni, sono tutte riferite allo stesso occhio affetto da un lieve cheratocono. Quella in alto a sinistra mostra la sola componente astigmatica espressa mediante la funzione di coseno e quindi evidenzia un astigmatismo ad assi verticali, in questo caso contro regola. La mappa in alto a destra invece si riferisce a quella calcolata con la funzione di seno ed esprime la componente astigmatica ad assi obliqui e si osserva che il meridiano più rifrangente è a 45°. L'astigmatismo totale sarà dato dalla somma di queste due. Fin qui tutto bene, ma andiamo ad esaminare le altre mappe. Quella in basso a sinistra mostra la componente di coma calcolata con la funzione di coseno; se consideriamo come asse la linea che unisce i due punti a massima e minima rifrangenza potremmo dire che si tratta di una aberrazione ad asse orizzontale. La mappa in basso a destra esprime invece la componente di coma calcolata con la funzione di seno. Se qualcuno se la aspettava ad asse obliquo si è sbagliato, in effetti compare ad asse verticale, esattamente perpendicolare a quella precedente.

E' vero che in aberrometria quando si studia una aberrazione a frequenza diversa da zero, come

	0°	90°	180°	270°	360°
seno	0	+1	0	-1	0
coseno	+1	0	-1	0	+1

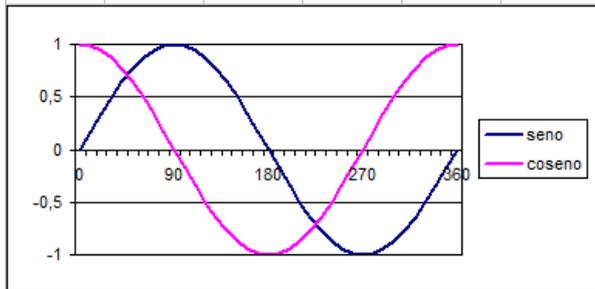


Figura 131

matematico esprimerebbe l'ampiezza degli angoli in radianti, ma non complichiamo troppo le cose e manteniamo la consueta rappresentazione in gradi.

Il seno di un angolo di 0° vale 0, poi aumenta progressivamente fino a raggiungere il valore massimo di +1 in corrispondenza dei 90°. A questo punto comincia a scendere con l'aumentare dell'ampiezza dell'angolo per tornare a 0 a 180°, continua a scendere fino al valore minimo di -1 a 270°, per poi risalire e ritrovarsi di nuovo al valore di 0 in corrispondenza dell'angolo di 360°.

Il coseno è simile, solo che vale +1 con l'angolo a 0°, 0 a 90°, -1 a 180°, 0 a 270° per poi tornare a +1 a 360°.

Se riportiamo questi valori in un sistema di assi cartesiani dove in ascisse mettiamo l'ampiezza dell'angolo e in ordinate il valore della funzione otteniamo in entrambi i casi una sinusoidale, cioè una curva oscillante tra il valore massimo di +1 e il minimo di -1. In geometria analitica si tratta delle curve $y=\sin(x)$ e $y=\cos(x)$ e sono rappresentate nella figura 131. Da notare che le due curve sono sfasate di 90°.

Andiamo adesso ad esaminare la figura 132. Le due mappe in alto a sinistra esprimono la coma e la prima si riferisce ad una aberrazione ad assi orizzontali (Z_3^{-1}). La linea circolare blu sovrapposta alla mappa percorre tutta la circonferenza, mantenendosi equidistante dal centro. Si può osservare come le oscillazioni dei valori indicate dalle variazioni di colore, che si incontrano percorrendo questa linea, sono gli stessi espressi dalla funzione di coseno: $0^\circ=+1$, $90^\circ=0$, $180^\circ=-1$, $270^\circ=0$, $360^\circ=+1$. L'andamento dei valori che si incontrano percorrendo questo parallelo è indicato dalla linea blu del grafico sottostante, espressione appunto della funzione di coseno. Quando invece esprimiamo i valori con la funzione di seno, indicati nel grafico dalla linea rossa, vediamo che corrispondono alle oscillazioni che si osservano nel caso dell'aberrazione di coma ad assi verticali (Z_3^{-1}). Ecco spiegato il motivo per cui in questo caso si confrontano due mappe ad assi perpendicolari, uno orizzontale e l'altro verticale. Ma allora nell'astigmatismo cosa succede? Le mappe con il relativo grafico sono mostrate sempre nella figura 132 in alto a destra. Anche qui abbiamo una rappresentazione delle oscillazioni calcolate in base ad una funzione trigonometrica di seno e di coseno, solo che queste rappresentano le curve in cui il valore dell'angolo è moltiplicato per 2. In altre parole le equazioni delle funzioni corrispondenti sono $y=\sin(2x)$ e $y=\cos(2x)$. Nell'astigmatismo ad assi verticali, espresso con la funzione di coseno, si parte sempre da un valore di +1 a 0°, ma si arriva a -1 (non a 0) a 90°. Di conseguenza avremo 0 a 180°, -1 a 270° per tornare a +1 a 360°. Se esaminiamo allora le oscillazioni espresse con la funzione di seno vedremo che rispetto alla precedente abbiamo gli stessi valori che però risultano sfasati di 45° e non di 90° come nel caso della coma.

Lo stesso discorso allora può essere fatto con le aberrazioni di trifoglio e di quadrifoglio dove le oscillazioni

saranno sempre espresse con funzioni trigonometriche di seno e di coseno, con la differenza che nelle equazioni il valore dell'angolo viene moltiplicato rispettivamente per 3 e per 4. In altre parole l'ampiezza dell'angolo viene moltiplicata per il valore della frequenza dell'aberrazione corrispondente: 1 per la coma, 2 per l'astigmatismo, 3 per il trifoglio e 4 per il quadrifoglio. Di conseguenza la differente inclinazione tra le mappe che esprimono la stessa aberrazione ad assi differenti andrà progressivamente diminuendo con l'aumentare della frequenza; 90° per la coma, 45° per l'astigmatismo e così via.

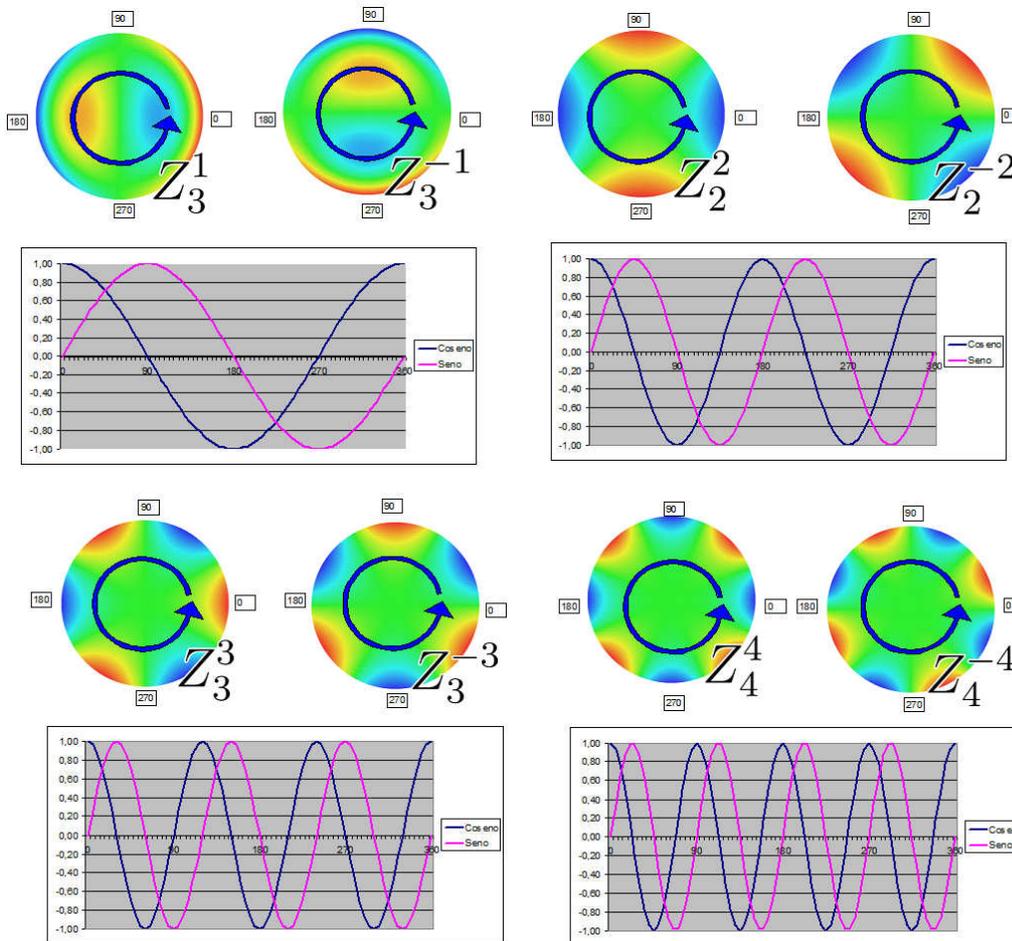


Figura 132

Come si vede nella funzione trigonometrica di seno e coseno l'ampiezza dell'angolo θ viene moltiplicata per un valore corrispondente al valore assoluto della frequenza a cui appartiene l'aberrazione considerata.

<i>coma (frequenza 1)</i>	$Z_3^{-1} \sqrt{8(3\rho^3-2\rho)}\cos\theta$	$Z_3^{-1} \sqrt{8(3\rho^3-2\rho)}\sen\theta$
<i>astigmatismo (frequenza 2)</i>	$Z_2^2 \sqrt{6(\rho^2)}\cos 2\theta$	$Z_2^{-2} \sqrt{6(\rho^2)}\sen 2\theta$
<i>trifoglio (frequenza 3)</i>	$Z_3^3 \sqrt{8(\rho^3)}\cos 3\theta$	$Z_3^{-3} \sqrt{8(\rho^3)}\sen 3\theta$
<i>quadrifoglio (frequenza 4)</i>	$Z_4^4 \sqrt{10(\rho^4)}\cos 4\theta$	$Z_4^{-4} \sqrt{10(\rho^4)}\sen 4\theta$

Una tecnica con tante virtù e qualche limite

Per un oftalmologo l'astigmatismo oculare è determinato dalla differenza tra il meridiano più rifrangente e quello meno rifrangente, che si assume siano perpendicolari; quando non lo sono si parlerebbe di "astigmatismo irregolare", frase che spesso nasconde la presenza di altre aberrazioni, che non vengono considerate. Si distingue in miopico, ipermetropico e misto e si corregge con lenti cilindriche di potere uguale alla differenza diottrica dei due meridiani. Un astigmatismo di due diottrie è sempre di due diottrie, indipendentemente dalla pupilla, che potrà in effetti determinare differenze nell'acutezza visiva naturale condizionando le dimensioni della caustica provocata dal difetto, vale a dire della conoide di Sturm. Che quest'ultima aumenti in proporzione alle dimensioni della pupilla è cosa risaputa e lo dimostra l'uso del forame stenopeico nella pratica clinica, ma la quantificazione in diottrie non ne viene influenzata. Un aberrometro invece ricostruisce le aberrazioni partendo dalle deformazioni che l'obiettivo determina nei confronti dei raggi luminosi o, se vogliamo del fronte d'onda, e da qui ne ricostruisce la forma e ne esegue

Nel caso precedente è stata esaminata l'aberrazione di coma, ma non ci sono differenze se si considera cosa accade nel tilting ($Z_1^{\pm 1}$), anche qui vedremo rappresentate due mappe, una ad asse orizzontale, espressa dalla funzione di coseno, ed una ad asse verticale espressa da quella di seno. Il tilting infatti appartiene al primo ordine, ma ha frequenza di ± 1 come la coma e da questo punto di vista mantiene la stessa rappresentazione. Quanto si è detto trova conferma se andiamo ad osservare i polinomi di Zernike corrispondenti elencati di seguito.

una quantificazione, non più in diottrie, ma in micron o attraverso la RMS. E' come se si esaminasse una conoide di Sturm, o una qualunque altra caustica deformata, e da qui si risalisse all'aberrazione corrispondente e se ne determinasse la misura. E' evidente che in questo caso le dimensioni del diaframma condizionano l'entità e la quantificazione del difetto.

Il modo di lavorare degli aberrometri segue quindi un cammino opposto a quello con cui la mente degli oftalmologi è abituata a ragionare e spiega perché la quantificazione di ogni singola aberrazione è condizionata e dipendente dalle dimensioni della pupilla. La dipendenza dalle dimensioni del diaframma rappresenta uno dei principali limiti dell'aberrometria e quello che fa più spesso nascere incomprensioni e perplessità in chi si accinge ad utilizzarlo per le prime volte. Non a caso c'è qualcuno, come il Prof. Larry Thibos dell'Università dell'Indiana, che, come si è detto, sta sviluppando metodi per quantificare le aberrazioni come "defocus equivalente", misurato in diottrie, che si avvicinano di più al modo di pensare degli oftalmologi e sono meno dipendenti dalla grandezza della pupilla.

Le mappe aberrometriche sono quindi dipendenti dalla grandezza del forme pupillare al momento dell'acquisizione, che può variare da un occhio all'altro o anche nello stesso occhio in momenti differenti, senza possibilità di standardizzarlo. Le topoaberrometrie sono le uniche che possono mostrare le aberrazioni selezionando la misura della pupilla, ma queste non misurano direttamente il fronte d'onda, ma lo "deducono" dalla forma dell'obiettivo, anzi solo di quella della superficie anteriore della cornea.

La presenza di accomodazione può interferire nelle misure aberrometriche. E' chiaro che, se durante l'acquisizione c'è una contrazione del cristallino, l'apparecchio registra delle modificazioni. Soprattutto si verifica un defocus nel senso di una miopizzazione, ma anche il resto viene influenzato soprattutto con un incremento dell'aberrazione sferica negativa. Quest'ultima, di cui si è già accennato in precedenza e che potrebbe avere qualche influenza sul meccanismo dell'accomodazione, prevede necessariamente una modificazione della forma di almeno una delle facce del cristallino che aumenterebbe la propria prolatura, non limitandosi ad un semplice incremento della curvatura di base. Se oggi comunque conosciamo questo meccanismo è merito proprio dell'aberrometria.

Non dimentichiamo poi che ogni aberrometro estrae le varie aberrazioni e le mostra sotto forma di mappe indipendentemente dalla posizione della caustica rispetto al piano retinico. Per questo motivo ogni astigmatismo presenta il colore verde nella zona centrale come se si trattasse sempre di un astigmatismo misto e lo stesso si può dire per tutte le altre aberrazioni la cui posizione rispetto al piano retinico può essere determinata solo dalla contemporanea valutazione del defocus.

Quando un oftalmologo sottopone un occhio ad un esame con un autorefrattometro ne ricontrolla poi i dati soggettivamente e non pretende che ne risulti immediatamente la ricetta delle lenti da prescrivere, ma tutto sommato questo è quanto ci si aspetta dallo strumento. Non attendiamoci lo stesso risultato da un aberrometro. L'analisi aberrometrica esamina le distorsioni del fronte d'onda ricavato e da qui è possibile estrarre tutte le singole componenti. Se però chiedessimo ad un oftalmologo cosa caratterizza un occhio con refrazione *sf. -4,00 = cil. -2,00 a 180* ci risponderebbe che siamo di fronte ad una miopia di quattro diottrie con un astigmatismo miopico di due diottrie secondo regola e questo rappresenta anche il risultato ottenibile con l'autorefrattometro. L'analisi aberrometrica ci direbbe invece che l'occhio presenta una miopia di cinque diottrie associata ad un astigmatismo misto di due.

L'aberrometria parla in termini di "fronte d'onda", ma come è stato ripetutamente precisato le mappe aberrometriche non mostrano quello reale che si forma all'interno dell'occhio, bensì quello registrato dall'apparecchio, che deriva dall'analisi del fascio luminoso proveniente dalla fovea e che esce dall'occhio attraversando l'obiettivo oculare nella direzione opposta rispetto al cammino naturale. Ne deriva che l'aberrometria fornisce delle mappe artificiali, che spesso disorientano chi si occupa di patologia oculare ed è abituato a seguire mentalmente il cammino naturale dei raggi luminosi. L'aberrometria però è nata per l'astronomia e la sua tecnologia è stata poi adattata all'oculistica, forse senza preoccuparsi troppo delle esigenze di chi la deve utilizzare.

Il fronte d'onda "reale" è quello che si forma nel vitreo quando i raggi luminosi seguono il loro cammino naturale attraversando prima la cornea e poi il cristallino per convergere sulla retina. Come si è visto questo fronte d'onda ha normalmente la forma di una calotta sferica, diventa una superficie prolata nell'aberrazione sferica negativa o una superficie torica nell'occhio astigmatico, comunque sempre con una forma molto diversa rispetto a quella fornita dall'aberrometria.

Non si potrebbe allora fare in modo di mostrare anche il fronte d'onda reale?

Certamente non è possibile analizzare direttamente il fascio dei raggi luminosi all'interno dell'occhio e l'attuale funzionamento degli apparecchi, che rilevano le distorsioni del fascio luminoso che origina per riflessione sulla fovea ed esce dalla pupilla attraversando a ritroso l'obiettivo oculare, rappresenta l'unica possibilità. Non sarebbe tuttavia complicato da questi dati ricostruire matematicamente la forma del fronte d'onda reale e gli ingegneri, che progettano gli aberrometri, non dovrebbero avere grosse difficoltà a farlo. In fondo si tratta solo di un problema di software, che non richiede di modificare il sistema di acquisizione e quindi il funzionamento stesso degli apparecchi. Ma non si può pretendere che questa scelta scaturisca da chi elabora questi sistemi e non si occupa direttamente di malattie oculari finché gli oftalmologi non la richiedono esplicitamente, cosa che probabilmente finora non si è verificata.

Per saperne di più

http://research.opt.indiana.edu/Library/VIA/VIA-2000_taskforce/TOPS4_2.html

Nella trattazione precedente non è stato descritto esattamente il procedimento matematico con cui si ricavano i polinomi di Zernike, anche perché è un po' troppo complicato e tutto sommato non indispensabile per gli scopi che ci si erano prefissi. Se comunque qualcuno si sente in grado di affrontare il problema e ha voglia di cimentarsi, il link permette di collegarsi ad un sito in cui il procedimento è spiegato abbastanza dettagliatamente. C'è anche un elenco di tutte le formule dei polinomi fino al settimo ordine.

<http://www.optics.arizona.edu/jcwyant/zernikes/zernikepolynomials.htm>

Collega ad un sito abbastanza interessante e curioso. Vi si trova un elenco di tutti i polinomi di Zernike e ci sono anche tre articoli in cui c'è una trattazione delle formule matematiche. Si possono poi visualizzare le mappe tridimensionali e le animazioni delle aberrazioni, scorrendo verticalmente lungo la piramide di Zernike. Vengono mostrati anche gli stereogrammi di tutte le aberrazioni. Ci sono anche le immagini delle mappe tridimensionali viste da tutte le angolazioni.

<http://www.mrao.cam.ac.uk/~bn204/oof/zernikes.html#c-code-for-generating-zernike-polynomials>

In questo caso vengono mostrate immagini delle sfocature di un punto in relazione ad ogni singola aberrazione calcolate con un apposito software.

<http://www.telescope-optics.net/index.htm>

Questo è un sito dedicato a chi si interessa di telescopi. E' impressionante comunque come gli argomenti siano gli stessi. C'è anche l'ultima parte che è dedicata all'occhio umano

http://www.optikon.com/it/articles/keratron_029/media/Atti%20del%20SOI%20-%202004%20-%20Principi%20Aberrometria%20di%20Superficie.pdf

[http://www.optikon.com/it/articles/AICCER2002aberrometriatopografica/1\)%20AICCER%202002%20Mattioli%20\(Aberrometria%20topografica\).PDF](http://www.optikon.com/it/articles/AICCER2002aberrometriatopografica/1)%20AICCER%202002%20Mattioli%20(Aberrometria%20topografica).PDF)

[http://www.optikon.com/it/articles/TheAberrometers/13\)%20TheAberrometers_2003_Mattioli%20corneal_ITA.pdf](http://www.optikon.com/it/articles/TheAberrometers/13)%20TheAberrometers_2003_Mattioli%20corneal_ITA.pdf)

Si tratta di tre link che collegano a lavori dell'Ing. Mattioli, che parlano dell'argomento. Nel primo è possibile visualizzare in formato PDF la monografia "Principi di aberrometria di superficie", che tratta della topoaberrometria. Con il successivo si evidenzia la presentazione tenuta dallo stesso Autore al congresso AICCER di Roma del 2002 "Aberrometria Topografica".

Il terzo si riferisce all'articolo "La Topografia Corneale e la Aberrometria" che tratta prima la topografia corneale, per poi descrivere la topoaberrometria. E' abbastanza interessante anche per chi volesse approfondire concetti di topografia come le mappe assiali, istantanee e altitudinali

<http://www.matematica.it/impedovo/articoli/La%20retta%20di%20regressione.pdf>

Questo è un sito per chi si interessa di matematica, dove si tratta in maniera abbastanza affrontabile il problema della retta di regressione lineare. Si descrive di cosa si tratta e vengono illustrati i metodi per ottenerla. Viene anche illustrato il concetto di coefficiente di correlazione lineare.

<http://www.yorku.ca/eye/toc.htm>

Questo link collega al sito "The Joy of Visual Perception" dove sono illustrati anche molti aspetti della percezione visiva. Si parla anche di Point Spread Function e di Line Spread Function. C'è anche un elenco di Link di interesse oculistico a cui ci si può collegare (21 interesting links).

http://www.inoa.it/home/farini/Didattica_files/funzione_trasferimento_modulazione_MTF.pdf

Si visualizza un file in pdf in cui viene descritta il dettaglio la Modulation Transfer Function.

<http://www.aristidetorrelli.it/Articoli/Capire%20MTF/CapireMTF.html>

Questo sito tratta del grafico MTF e di come lo si costruisce. Non è riferito all'oculistica, ma tratta degli obiettivi delle macchine fotografiche, ma le stesse cose possono tranquillamente essere applicate all'obiettivo oculare.

Bibliografia

1. Ben C. Platt, PhD; Roland Shack, PhD History and Principles of Shack-Hartmann Wavefront Sensing Journal of Refractive Surgery Volume 17 September/October 2001
2. Michael Mrochen, PhD; Maik Kaemmerer, PhD; Peter Mierdel, PhD; Hans-Eberhard Krinke, PhD; Theo Seiler, MD, PhD Principles of Tscherning Aberrometry Journal of Refractive Surgery Volume 16 September/October 2000
3. Maik Kaemmerer, PhD; Michael Mrochen, PhD; Peter Mierdel, PhD; Hans-Eberhard Krinke, PhD; Theo Seiler, MD, PhD Clinical Experience With the Tscherning Aberrometer Journal of Refractive Surgery Volume 16 September/October 2000
4. Xu Cheng, MD, MS, Nikole L. Himebaugh, OD, Pete S. Kollbaum, OD, Faa, Larry N. Thibos, PhD, FAAO, and Artur Bradley, PhD Validation of a Clinical Shack-Hartmann Aberrometer Optometry and Vision Science, Vol. 80, No. 8, August 2003
5. David Zadok, MD, Yair Levy, MD, Ori Segal, MD, Yaniv Barkana, MD, Yair Morad, MD, Isaac Avni, MD Ocular higher-order aberrations in myopia and skiascopic wavefront repeatability Journal of Cataract and refractive Surgery Volume 31, Issue 6, Pages 1128-1132 (June 2005)
6. E. P. Goodwin and J. C. Wyant, Field Guide to Interferometric Optical Testing, SPIE Press, Bellingham, WA (2006).
7. Salmon TO, van de Pol C Normal-eye Zernike coefficients and root-mean-square wavefront errors J. Cataract Refract Surg. 2006 Dec;32(12):2064-74.
8. Applegate RA, Ballentine C, Gross H, Sarver EJ, Sarver CA Visual acuity as a function of Zernike mode and level of root mean square error Optom Vis Sci. 2003 Feb;80(2):97-105.
9. Thomas O. Salmon, OD, PhD, Corina van de Pol, OD, PhD Normal-eye Zernike coefficients and root-mean-square wavefront errors J CATARACT REFRACT SURG - VOL 32, DECEMBER 2006
10. Larry N. Thibos, PhD Wavefront Data Reporting and Terminology Journal of Refractive Surgery Volume 17 September/October 2001
11. Michiel Dubbelman, Victor Arni D. P. Sicam, Rob G. L. van der Heijde, The contribution of the posterior surface to the coma aberration of the human cornea Journal of Vision (2007) 7(7):10, 1–8
12. Gonzalo Munoz, MD, PhD, FEBO, Cesar Albarran-Diego, OD, Robert Montes-Mico, OD, PhD, Antonio Rodriguez-Galietero, MD, PhD, FEBO, Jorge L. Alio, MD, PhD Spherical aberration and contrast sensitivity after cataract surgery with the Tecnis Z9000 intraocular lens J Cataract Refract Surg 2006; 32:1320–1327
13. James C. Wyant, Katherine Creath, Basic Wavefront Aberration Theory for Optical Metrology Applied Optics and Optical Engineering, VOL. XI
14. Virendra N. Mahajan, Strehl ratio for primary aberrations: some analytical results for circular and annular pupils, The Charles Stark Draper Laboratory, Inc., Cambridge, Massachusetts 02139 J. Opt. Soc. Am./Vol. 72, No. 9/September 1982