

ESERCIZI DI STATISTICA

Intervalli di confidenza.

A cura di Nazareno Maroni

Esercizio 1. Supponiamo di avere una singola realizzazione Y da una distribuzione esponenziale di media θ . Usiamo Y per trovare un intervallo di confidenza per θ di livello 0,90.

Esercizio 2. Supponiamo che la variabile casuale $Y \sim \text{Gamma}(2, \beta)$. Mostrate, sia con il cambio di variabili che con il metodo della funzione generatrice dei momenti, che $Z = 2\beta Y \sim \chi_4^2$. Usate Z come quantità pivotale per trovare un intervallo di confidenza di livello 0,90 per β .

Esercizio 3. Siano $Y_1, Y_2, \dots, Y_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} U(0, \theta)$, sia $Y_{(n)} = \max\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$, sia $U = \frac{1}{\theta} Y_{(n)}$.

a) Mostrare che U ha la seguente funzione di distribuzione:

$$F_U(u) = \begin{cases} 0 & u < 0 \\ u^n & 0 \leq u \leq 1 \\ 1 & u > 1 \end{cases}$$

b) Poiché la distribuzione di U non dipende dal parametro θ , U è una quantità pivotale, usarla per trovare un intervallo di confidenza inferiore di livello 0,95.

Esercizio 4. Due partite di frigoriferi, indicate con A e B, hanno entrambe 1 anno di garanzia. In un campione casuale di 50 frigoriferi della partita A, 12 hanno avuto un malfunzionamento prima del termine della garanzia. In un campione indipendente di 60 frigoriferi della partita B sono stati osservati 12 malfunzionamenti entro il termine della garanzia. Stimate la differenza reale $p_1 - p_2$ tra le proporzioni di frigoriferi malfunzionanti in periodo di garanzia tramite un intervallo di confidenza di livello 0,98.