

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di ST1 - A.A. 2006/2007

Docente: Prof.ssa E. Scoppola - Tutore: Dott. Nazareno Maroni

Tutorato n.4 del 27/3/2007

Esercizio 1. Si estrae un campione di ampiezza n da ognuna di quattro popolazioni normali aventi tutte la stessa varianza σ^2 . Le medie delle quattro popolazioni sono $a+b+c, a+b-c, a-b+c, a-b-c$. Quali sono gli stimatori di massima verosimiglianza di a, b, c e σ^2 ? (Le osservazioni possono essere indicate con X_{ij} , $i = 1, 2, 3, 4$ e $j = 1, \dots, n$.)

Esercizio 2. Sia X una singola osservazione dalla densità di Bernoulli

$$f(x, \theta) = \theta^x(1 - \theta)^{1-x} \mathbb{1}_{\{0,1\}}(x), \quad 0 < \theta < 1.$$

Siano $t_1(X) = X$ e $t_2(X) = \frac{1}{2}$.

- Valutare la correttezza di $t_1(X)$ e $t_2(X)$.
- Confrontare l'errore quadratico medio dei due stimatori.
- Sia X_1, \dots, X_n un campione i.i.d., trovare lo stimatore di massima verosimiglianza, stabilirne la correttezza e calcolare il suo MSE.

Esercizio 3. Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da

$$f(x, \theta) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|}, \quad \theta \in \mathbb{R}.$$

- Ricavate uno stimatore di θ col metodo dei momenti.
- Trovate uno stimatore di massima verosimiglianza di θ .

Esercizio 4. Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da

$$f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1} \mathbb{1}_{(0,1)}(x), \quad \theta > 0.$$

- Trovare lo stimatore di θ tramite il metodo dei momenti.
- Trovare lo stimatore di massima verosimiglianza di θ , dire se è corretto, calcolarne la varianza, trovare uno stimatore corretto.