

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di ST1 - A.A. 2006/2007
Docente: Prof.ssa E. Scoppola - Tutore: Dott. Nazareno Maroni

Tutorato n.7 del 15/5/2007

Esercizio 1. Siano $X_1, \dots, X_n \sim f(x, \theta) = \frac{2x}{\theta^2} \mathbf{1}_{(0, \theta)}(x)$, $\theta > 0$.

- Trovate lo stimatore di massima verosimiglianza di θ .
- Sia $X_{(n)} = \max\{X_1, \dots, X_n\}$. È una statistica sufficiente? È completa?
- Trovate un UMVUE di θ .

Esercizio 2. Siano $X_1, \dots, X_n \sim f(x, \theta) = \theta(1+x)^{-(1+\theta)} \mathbf{1}_{(0, +\infty)}(x)$, $\theta > 0$.

- Stimate θ con il metodo dei momenti, assumendo che sia $\theta > 1$.
- Trovate lo stimatore di massima verosimiglianza di $\frac{1}{\theta}$.
- Trovate, se esiste, una statistica sufficiente e completa.
- Trovate il limite inferiore di Cramer-Rao per gli stimatori non distorti di $\frac{1}{\theta}$.
- Trovate, se esistono, gli UMVUE di $\frac{1}{\theta}$ e di θ .

Esercizio 3. Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da

$$f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x} \mathbf{1}_{(0, \infty)}(x)$$

Trovate un intervallo di confidenza per θ .

Esercizio 4. Dall'esperienza passata si sa che il peso dei salmoni cresciuti in un allevamento commerciale ha distribuzione normale con media che varia da stagione a stagione e con deviazione standard sempre pari a 0,3 libbre. Quanto grande occorre prendere il campione se vogliamo essere sicuri al 95% che la nostra stima del peso medio dei salmoni di quest'anno sia precisa entro $\pm 0,1$ libbre?

Esercizio 5. Il peso misurato da una bilancia elettronica è quello reale dell'oggetto più un errore casuale che ha distribuzione normale di media 0 e deviazione standard 0,01 (in milligrammi). Supponiamo che i risultati di 5 pesate successive dello stesso oggetto abbiano dato i valori

3,142 3,163 3,155 3,150 3,141

Determina un intervallo di confidenza per il peso reale dell'oggetto ad un livello di confidenza **(a)** del 95%, **(b)** del 99%.