

ST1 - Scritto del 8-6-2006
E. Scoppola

Esercizio 1

Una macchina imbottigliatrice scarica in media μ cl. per bottiglia. La distribuzione del liquido scaricato per bottiglia è normale con $\sigma = 1$. Si consideri un campione di 10 bottiglie scelte a caso.

- 1) Trovare la probabilità che la media campionaria disti da μ meno di 0.3.
- 2) Si consideri la varianza campionaria S^2 . Si calcolino a_1 e a_2 tali che $P(a_1 \leq S^2 \leq a_2) = 0.9$

Esercizio 2

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale dalla distribuzione uniforme nell'intervallo $(0, 2\theta + 1)$.

- 1) Si calcoli lo stimatore di massima verosimiglianza per θ .
- 2) Si calcoli lo stimatore di massima verosimiglianza per la varianza della distribuzione.

Esercizio 3

Sia X una variabile casuale con densità

$$f_X(x; \theta) = \frac{2(\theta - x)}{\theta^2} \mathbf{1}_{(0, \theta)}(x) \quad (1)$$

- 1) Calcola la funzione di distribuzione di X .
- 2) Mostra che $\frac{X}{\theta}$ è pivotale.
- 3) Trova un intervallo di confidenza al 90 per cento per θ

Esercizio 4

Sia N_1, \dots, N_6 il numero dei risultati da 1 a 6 in 60 lanci di un dado. Sono osservati i seguenti valori

$$n_1 = 13, \quad n_2 = 19, \quad n_3 = 11, \quad n_4 = 8, \quad n_5 = 5, \quad n_6 = 4.$$

Usando il test del chi quadrato verificare l'ipotesi che la probabilità di ogni faccia sia $1/6$, cioè $H_0: p_i = \frac{1}{6} \quad \forall i = 1, \dots, 6$ al 5 per cento.