

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di ST1 - A.A. 2005/2006
Docente: Prof.ssa E. Scoppola - Tutore: Dott. Nazareno Maroni

Tutorato n.10 del 18/5/2006

Esercizio 1. È data una variabile casuale $X \sim Be(\theta)$.

- (a) Per un campione casuale di ampiezza $n = 10$, verificate $\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \theta \leq \frac{1}{2} \\ \mathbb{H}_1 : \theta > \frac{1}{2} \end{cases}$ Usate la regione critica $C = \{(x_1, \dots, x_n) | \sum_i x_i \geq 6\}$.
- (i) Trovate la funzione di potenza.
- (ii) Qual è l'ampiezza di questo test?
- (b) Per un campione casuale di ampiezza $n = 10$.
- (i) Trovate il test più potente di ampiezza α ($\alpha = 0,0547$) per $\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \theta_0 = \frac{1}{2} \\ \mathbb{H}_1 : \theta_1 = \frac{1}{4} \end{cases}$
- (ii) Trovate la potenza del test più potente per $\theta = \frac{1}{4}$.

Esercizio 2. È data una variabile casuale X con densità $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} \mathbb{1}_{(0,1)}(x)$.

- (a) Per verificare $\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \theta \leq 1 \\ \mathbb{H}_1 : \theta > 1 \end{cases}$ si è scelto un campione di ampiezza 2 e si è usata la regione critica $C = \{(x_1, x_2) | \frac{3}{4}x_1 \leq x_2\}$. Trovate la funzione di potenza e l'ampiezza di questo test.
- (b) Per un campione casuale di ampiezza 2 trovate il test più potente di ampiezza $\alpha = \frac{1}{2}(1 - \log 2)$ per $\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \theta_0 = 1 \\ \mathbb{H}_1 : \theta_1 = 2 \end{cases}$

Esercizio 3. Sia x un'osservazione proveniente da una variabile casuale $N(\mu, \sigma^2)$. Verifichiamo le ipotesi $\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1 \\ \mathbb{H}_1 : \mu = 1, \sigma^2 = 2 \end{cases}$

- (a) Data la regione critica $C = \{x | |x| > 2\}$ trovare la probabilità dell'errore di prima specie e calcolare la potenza del test sotto \mathbb{H}_1 .
- (b) Trovare il test più potente.