

**ST1 - Scritto del 17-9-2008**  
E. Scoppola

**Esercizio 1**

Si consideri un campione casuale di ampiezza  $n = 2m$  da una distribuzione esponenziale doppia:

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{2\beta} \exp\left\{-\frac{|x - \alpha|}{\beta}\right\}$$

con  $\alpha \in \mathbf{R}$  and  $\beta > 0$ .

- 1) Determinare il valor medio, la varianza e la funzione generatrice dei momenti di una singola variabile casuale  $X$  nel campione;
- 2) stimare  $\alpha$  e  $\beta$  con il metodo dei momenti;
- 3) stimare  $\alpha$  e  $\beta$  con il metodo della massima verosimiglianza;

nel caso  $\alpha = 0$ :

- 4) determinare una statistica sufficiente, minimale e completa;
- 5) calcolare il limite inferiore di Cramer-Rao per uno stimatore di  $\beta$ ;
- 6) calcolare un UMVUE di  $\beta$ .

**Esercizio 2**

Siano  $X_1, \dots, X_n$  e  $Y_1, \dots, Y_m$  campioni casuali indipendenti rispettivamente dalle ditribuzioni  $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$  e  $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2)$ , aventi quindi stessa varianza. Si denotino con  $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$  le medie campionarie e con  $S_1^2$  e  $S_2^2$  le rispettive varianze campionarie.

- 1) Determinare la distribuzione di  $\bar{X} - \bar{Y}$ ;
- 2) determinare la distribuzione di  $\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{\sigma^2}$ ;
- 3) determinare un intervallo di confidenza al 90 per cento per  $\mu_1 - \mu_2$ .

**Per il recupero del primo esonero rispondere alle domande 1, 2 e 3 dell'esercizio 1 e alle domande 1 e 2 dell'esercizio 2**

**Per il recupero del secondo esonero rispondere alle domande 4, 5 e 6 dell'esercizio 1 e svolgere l'esercizio 2**