

**Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 16-7-2004**  
E. Scoppola

**Esercizio 1**

In un piano verticale  $\pi$  un'asta omogenea  $AB$ , di massa  $m$  e lunghezza  $l$  ha l'estremo  $A$  vincolato ad una retta verticale  $y$ . L'estremo  $B$  e' collegato ad una retta orizzontale  $x$  da una molla ideale di costante  $K > 0$  e lunghezza a riposo nulla. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata  $y$  del punto  $A$  e l'angolo  $\theta$  che  $AB$  forma con l'asse  $y$ .

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni di Lagrange.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e studiarne la stabilità.
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile e determinarne le frequenze.
- 4) Se il piano  $\pi$  viene posto in rotazione attorno all'asse  $y$ , con velocità angolare costante  $\omega$  determinare le nuove posizioni di equilibrio del sistema.

**Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 16-7-2004**  
E. Scoppola

**Esercizio 2**

Si consideri l'hamiltoniana:

$$H(p, q) = \frac{p^2}{\sin^2 q} + \cos q \quad (1)$$

- 1) Determinare la trasformazione canonica tale che  $Q(q) = \cos q$ .
- 2) Usare questa trasformazione canonica per risolvere le equazioni di Hamilton.
- 3) Risolvere le equazioni di Hamilton con il metodo di Hamilton-Jacobi.