Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 16-7-2004

E. Scoppola

Esercizio 1

In un piano verticale π un'asta omogenea AB, di massa m e lunghezza l ha l'estremo A vincolato ad una retta verticale y. L'estremo B e' collegato ad una retta orizzontale x da una molla ideale di costante $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata y del punto A e l'angolo θ che AB forma con l'asse y.

1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni di Lagrange.

2) Determinare i punti di equilibrio e studiarne la stabilità.

3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile e determinarne le frequenze.

4) Se il piano π viene posto in rotazione attorno all'asse y, con velocità angolare costante ω determinare le nuove posizioni di equilibrio del sistema.

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 16-7-2004

E. Scoppola

Esercizio 2

Si consideri l'hamiltoniana:

$$H(p,q) = \frac{p^2}{\sin^2 q} + \cos q \tag{1}$$

1) Determinare la trasformazione canonica tale che $Q(q) = \cos q$.

2) Usare questa trasformazione canonica per risolve le equazioni di Hamilton.

3) Risolvere le equazioni di Hamilton con il metodo di Hamilton-Jacobi.