I Esonero di Meccanica Analitica e Statistica: 27-2-2004

E. Scoppola, C.Tarantino

Esercizio

Un sistema meccanico, posto in un piano verticale Π, è costituito da un disco omogeneo di massa M e raggio R e da un' asta, rigida, sottile, omogenea, AB di lunghezza $l = 2R$ e massa m. Il disco e' vincolato a rotolare senza strisciare su un asse verticale y del piano Π, l'asta ha l'estremo A incernierato senza attrito nel centro C del disco e l'estremo B vincolato senza attrito ad un asse orizzontale x. Una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla collega il centro C del disco all'asse x (in modo che la molla lavora sempre in posizione verticale). Si consideri come variabile lagrangiana l'angolo θ che AB forma con l'asse x (vedi figura).

1) Scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni del moto.
2) Trovare i punti di equilibrio, discutendone la stabilità, al variare dei parametri.
3) Studiare l'approssimazione delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile del sistema calcolandone il periodo.
4) Determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.