

**Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 31-3-2003**  
E. Scoppola

**Esercizio**

Un punto materiale  $P$  è vincolato alla superficie laterale di un cilindro con asse verticale  $z$  e di raggio  $R$ . Il punto  $P$  è soggetto, oltre che alla forza peso, ad una forza di richiamo elastica rispetto ad un punto fisso  $O$  posto sull'asse  $z$ , di costante  $K > 0$ . Si usino come variabili lagrangiane la coordinata  $z$  di  $P$  ed una coordinata angolare  $\theta$ .

- 1) Scrivere la lagrangiana.
- 2) Scrivere le equazioni del moto.
- 3) (*facoltativo per il n.o.*) Risolvere le equazioni del moto.
- 4) Determinare i punti di equilibrio e la loro stabilità ed i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.
- 5) Scrivere l'hamiltoniana.
- 6) Scrivere le equazioni di Hamilton.
- 7) Risolvere il moto con il metodo di Hamilton Jacobi.
- 8) Se si considera un gas di  $N$  particelle identiche con hamiltoniana data al punto 5), determinare la funzione di partizione canonica e l'energia media del gas.
- 9) Determinare la densità del gas in funzione di  $z$ .

**Per il recupero del I esonero rispondere alle domande:**

1), 2), 4) (la domanda 3) è facoltativa).

**Per il recupero del II esonero rispondere alle domande:**

1), 5), 6), 7).

**Per il recupero del III esonero rispondere alle domande:**

1), 5), 8), 9).

**Per lo scritto di meccanica razionale rispondere alle domande:  
tutte.**

**Per lo scritto del diploma rispondere alle domande:**

1), 2), 4), 5), 6), 8).