# Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 8-1-2004 E. Scoppola

#### Esercizio 1

Un punto materiale di massa unitaria è soggetto ad una forza centrale di energia potenziale:

$$V(r) = r^2 - \log r. \tag{1}$$

- 1) Determinare per quali dati iniziali il moto ha luogo in una regione limitata dello spazio.
- 2) Determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto circolare uniforme di raggio unitario e determinarne il periodo.
- 3) Qual'è la condizione di chiusura delle orbite?

### Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 8-1-2004 E. Scoppola

#### Esercizio 2

Si consideri l'hamiltoniana

$$H(p,q) = p^2 + \frac{1}{2}q^2 - pq \tag{2}$$

e la trasformazione:

$$P = p - \alpha q, \qquad Q = p \tag{3}$$

con  $\alpha \in \mathbf{R}$ .

- 1) Scrivere le equazioni di Hamilton.
- 2) Determinare per quali valori di  $\alpha$  la trasformazione è canonica.
- 3) Calcolare la nuova hamiltoniana K(Q, P).
- 4) Risolvere le equazioni del moto ricavate al punto 1) utilizzando la trasformazione canonica del punto 2).

### Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 8-1-2004 E. Scoppola

# Esercizio 3

Si consideri un gas perfetto gran-canonico confinato in un volume V.

- 1) Ricavare la funzione di partizione gran-canonica  $\mathbb{Z}^g$ .
- 2) Calcolare il numero medio di particelle < n >.
- 3) Calcolare l'energia media  $U^g$  e dimostrare che  $U^g = \frac{3}{2} < n > kT$ .