Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 11-1-2006
E. Scoppola

Esercizio 1

Un sistema meccanico è formato da due punti materiali di uguale massa m vincolati a muoversi su una guida circolare di raggio unitario posta in un piano verticale. I due punti sono connessi da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla.

1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.

2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.

3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinare l'equazione per le pulsazioni proprie.

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 11-1-2006
E. Scoppola

Esercizio 2

Si consideri un gas canonico di n oscillatori armonici bidimensionali indipendenti di massa m e pulsazione ω a temperatura T.

1) Calcolare la funzione di partizione canonica.

2) Calcolare l'energia media.

3) Calcolare l'elongazione quadratica media $< |\mathbf{x}|^2 >$ con:

$$|\mathbf{x}|^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |\mathbf{x}_i|^2 \tag{1}$$

Se si considera ora l'ensemble gran-canonico:

4) Calcolare la funzione di partizione gran-canonica.

5) Calcolare il numero medio di particelle.

6) Calcolare l'energia media gran-canonica.