

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è formato da un punto materiale P di massa m e da una circonferenza materiale di massa M e raggio R . Il centro C della circonferenza è vincolato a scorrere su una retta verticale y di Π ed il punto P è vincolato a scorrere sulla circonferenza materiale. I vincoli sono ideali. Il punto P è collegato tramite una molla ideale di lunghezza a riposo nulla e costante di richiamo $K > 0$ ad un punto fisso O della retta y . Usando come variabili lagrangiane la coordinata y di C a partire da O , l'angolo θ che CP forma con l'asse orizzontale e l'angolo ϕ di rotazione della circonferenza attorno al suo centro:

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare le costanti del moto individuare una variabile ciclica e ricavare la lagrangiana ridotta.
- 3) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità al variare dei parametri.
- 4) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinarne le pulsazioni.
- 5) Se si fissa la circonferenza materiale con $y = R$ e $\phi = 0$, determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 14-4-2005
E. Scoppola, P.Barone

Domanda

Definizione e proprietà delle matrici simplettiche.

Esercizio 2

Si consideri un gas perfetto canonico di N particelle a temperatura T in un volume sferico di raggio R .

- 1) Calcolare la funzione di partizione canonica Z^c .
- 2) Calcolare l'energia interna U^c .
- 3) Calcolare la densità del gas $\rho(r)$.
- 4) Calcolare la pressione P^c del gas.
- 5) Calcolare la densità di probabilità dell'energia di singola particella, cioè

$$\rho(E) := E^c(\mathbf{1}_{\{\frac{|p_1|^2}{2m} \in (E, E+dE)\}}) / dE \quad (1)$$

dove $E^c(\cdot)$ indica l'aspettazione rispetto alla misura canonica. Verificare che $\rho(E)$ è una densità di probabilità.

Se si considera ora il caso di gas perfetto gran-canonico nelle stesse condizioni di temperatura e volume con potenziale chimico μ :

- 6) Calcolare la funzione di partizione gran-canonica Z^g .
- 7) Calcolare il numero medio $\langle n \rangle$ di particelle.
- 8) Verificare che $U^g = \frac{3}{2} \langle n \rangle KT$