

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è formato da un disco rigido omogeneo di massa M e raggio R e da un'asta sottile rigida omogenea AB di lunghezza $l < 2R$ e massa m . Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare su una retta orizzontale x del piano Π e l'asta ha gli estremi vincolati a giacere sul bordo del disco. Il vincolo è ideale. Il centro G dell'asta è collegato ad un punto fisso O della retta orizzontale x da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata x del centro C del disco e l'angolo θ che CG forma con l'asse orizzontale verticale.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinare l'equazione per le pulsazioni proprie.

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 15-9-2005
E. Scoppola

Esercizio 2

Risolvere con il metodo di Hamilton-Jacobi il problema dell'oscillatore armonico descritto dall'Hamiltoniana

$$H(p, q) = \frac{1}{2m} (p^2 + \omega^2 q^2)$$

Esercizio 3

Sullo spazio discreto $M = \{1, \dots, n\}$ si consideri la distribuzione di probabilità tale che

$$\frac{P(i+1)}{P(i)} = a \quad \text{per } i = 1, \dots, n-1$$

con $a \in (0, 1]$.

- 1) Determinare la distribuzione.
- 2) Calcolarne l'entropia.
- 3) Per quale valore di a l'entropia è massima?