

**Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 15-9-2005**  
E. Scoppola

**Esercizio 1**

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale  $\Pi$  è formato da un disco rigido omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$  e da un'asta sottile rigida omogenea  $AB$  di lunghezza  $l < 2R$  e massa  $m$ . Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare su una retta orizzontale  $x$  del piano  $\Pi$  e l'asta ha gli estremi vincolati a giacere sul bordo del disco. Il vincolo è ideale. Il centro  $G$  dell'asta è collegato ad un punto fisso  $O$  della retta orizzontale  $x$  da una molla ideale di costante di richiamo  $K > 0$  e lunghezza a riposo nulla. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata  $x$  del centro  $C$  del disco e l'angolo  $\theta$  che  $CG$  forma con l'asse orizzontale verticale.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinare l'equazione per le pulsazioni proprie.

**Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 15-9-2005**  
E. Scoppola

**Esercizio 2**

Risolvere con il metodo di Hamilton-Jacobi il problema dell'oscillatore armonico descritto dall'Hamiltoniana

$$H(p, q) = \frac{1}{2m} (p^2 + \omega^2 q^2)$$

**Esercizio 3**

Sullo spazio discreto  $M = \{1, \dots, n\}$  si consideri la distribuzione di probabilità tale che

$$\frac{P(i+1)}{P(i)} = a \quad \text{per } i = 1, \dots, n-1$$

con  $a \in (0, 1]$ .

- 1) Determinare la distribuzione.
- 2) Calcolarne l'entropia.
- 3) Per quale valore di  $a$  l'entropia è massima?