

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 31-3-2005
E. Scoppola, P.Barone

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è formato da due punti materiali P_1, P_2 di uguale massa m . Il punto P_1 è vincolato a muoversi lungo un asse verticale y e l'altro punto, P_2 , è vincolato a scorrere su una guida fissa circolare di raggio R e centro sull'asse y . I due punti sono collegati tra loro da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinarne le pulsazioni.
- 4) Se il piano Π viene posto in rotazione attorno all'asse y con velocità angolare costante ω , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento solidale con Π e i nuovi punti di equilibrio.

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 31-3-2005
E. Scoppola, P.Barone

Esercizio 2

Per $q \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ si consideri la lagrangiana:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\dot{q} \cos q)^2 - \sin q \quad (1)$$

- 1) Scrivere l'hamiltoniana e le equazioni di Hamilton.
- 2) Determinare la trasformazione canonica generata da $F(q, P) = P \sin q$.
- 3) Usare la trasformazione trovata al punto precedente per integrare le equazioni del moto.
- 4) Risolvere le equazioni del moto trovate al punto 1) con il metodo di Hamilton-Jacobi.

Si consideri un gas di N particelle identiche indipendenti ciascuna con hamiltoniana come quella trovata al punto 1), a temperatura costante T .

- 5) Calcolare la funzione di partizione canonica.
- 6) Calcolare l'energia interna U .
- 7) Calcolare la densità del gas $\rho(q)$.