

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 13-4-2006
E. Scoppola

Esercizio 1

Un sistema meccanico è composto da due punti materiali P e P' di uguale massa m vincolati a giacere su due piani verticali paralleli tra loro e posti a distanza R . Ciascun punto scorre senza attrito su una guida circolare di raggio R e le due guide hanno i loro centri O e O' su un comune asse orizzontale y . I due punti materiali sono collegati tra loro da una molla di lunghezza a riposo nulla e costante di richiamo $K > 0$. Si considerino come variabili lagrangiane gli angoli θ e θ' che rispettivamente OP e $O'P'$ formano con l'asse x .

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità al variare dei parametri.
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinare l'equazione per le pulsazioni proprie.

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 13-4-2006
E. Scoppola

Esercizio 2

Per $q \in (0, \pi)$ si consideri la lagrangiana

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}m \sin^2(q)\dot{q}^2 - \cos q \quad (1)$$

- 1) Determinare l'hamiltoniana e le equazioni di Hamilton.
- 2) Determinare la trasformazione canonica tale che $Q = Q(q) = \cos q$.
- 3) Usare la trasformazione canonica trovata al punto 2) per integrare le equazioni del moto trovate al punto 1).
- 4) Usare il metodo di Hamilto-Jacobi per integrare le equazioni del moto trovate al punto 1).
- 5) Si consideri un gas di N particelle non interagenti tra loro, ciascuna con hamiltoniana come quella trovata al punto 1). Calcolare la funzione di partizione canonica Z^c .
- 6) Calcolare l'energia interna U .