

**Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 19-9-2006**  
E. Scoppola

**Esercizio**

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale  $\Pi$  è costituito da una circonferenza materiale rigida omogenea di massa  $m$  e raggio  $R$ . Un punto  $A$  della circonferenza è vincolato ad appartenere ad una retta verticale  $y$  ed il centro  $C$  della circonferenza è collegato ad un punto fisso  $O$  della retta  $y$  da una molla ideale di costante di richiamo  $K > 0$  e lunghezza a riposo nulla. I vincoli sono ideali. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata  $y$  del punto  $A$  calcolata a partire dal punto  $O$  e l'angolo  $\theta$  che  $AC$  forma con l'asse verticale (vedi disegno).

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.
- 3) Se il piano  $\Pi$  viene posto in rotazione attorno all'asse verticale  $y$  con velocità angolare costante  $\omega$ , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento in rotazione.
- 4) Nel caso  $\omega = 0$  e  $R = 0$  determinare l'hamiltoniana e le equazioni di Hamilton.
- 5) Sempre nel caso  $\omega = 0$  e  $R = 0$  risolvere le equazioni del moto.
- 6) Si consideri un gas canonico di  $N$  particelle indipendenti ciascuna con hamiltoniana come al punto 5). Calcolare la funzione di partizione e l'energia interna.

**Per la prima parte risondere alle domande 1,2,3.**

**Per la seconda parte rispondere alle domande 4,5,6.**