

I Esonero di Meccanica Analitica e Statistica: 21-2-2006
E. Scoppola, V.Alfi

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è formato da un disco rigido omogeneo di massa M e raggio r e da un punto materiale P di massa m . Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare all'esterno di una guida circolare di raggio R e centro O fissa nel piano Π . Il punto P è vincolato alla retta orizzontale passante per O . Il centro C del disco ed il punto P sono collegati da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. I vincoli sono ideali. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata x del punto P e l'angolo θ che OC forma con l'asse verticale.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinare l'equazione per le pulsazioni proprie.
- 4) Fissando il punto P in O e partendo da $\theta(0) = 0$ si calcoli la velocità iniziale del punto C tale che il disco compie una intera rotazione attorno al punto O .
- 5) (facoltativo) Se il piano Π viene posto in rotazione attorno all'asse verticale passante per O , sempre nel caso $x = 0$, si calcolino i nuovi punti di equilibrio e la loro stabilità.