

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 12-7-2007

E. Scoppola, A. Gaudilliè

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è costituito da un'asta sottile AB , rigida, omogenea di lunghezza $2r$ e massa m e da un punto materiale P di massa m . Gli estremi A e B dell'asta sono liberi di scorrere rispettivamente sugli assi x e y di un riferimento cartesiano di origine O su Π . Il punto P scorre senza attrito su una circonferenza di centro O e raggio r . Il punto P è collegato al centro C dell'asta da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Si considerino come variabili lagrangiane l'angolo θ che AB forma con l'asse orizzontale e l'angolo ϕ che OP forma sempre con l'asse x (vedi disegno).

- 1) Scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni del moto.
- 2) Trovare i punti di equilibrio al variare dei parametri in gioco.
- 3) Discuterne la stabilità nel caso $mg = 4Kr$.
- 4) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni intorno ad un punto di equilibrio stabile.
- 5) Se il piano Π viene posto in rotazione attorno all'asse y con velocità angolare costante ω , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento in rotazione.