

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 20-9-2007

E. Scoppola, A. Gaudillière

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartiene ad un piano verticale Π , munito di una coppia di assi cartesiani x, y , ed è costituito da due punti materiali P_1 e P_2 di massa m . Il punto P_1 è vincolato a scorrere sull'asse orizzontale x e il punto P_2 scorre su una guida parabolica di equazione $y = -x^2$. I due punti sono collegati tra loro da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. I vincoli sono ideali. Si considerino come variabili lagrangiane le coordinate x dei due punti: x_1 e x_2 .

- 1) Scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni del moto.
- 2) Trovare i punti di equilibrio.
- 3) Discuterne la stabilità.
- 4) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni intorno ad un punto di equilibrio stabile.
- 5) Se il piano Π viene posto in rotazione attorno all'asse y con velocità angolare costante ω , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento in rotazione.

Esercizio 2

Si consideri l'hamiltoniana:

$$H = p^2 e^q \quad q > 0 \quad (1)$$

- 1) Scrivere le equazioni del moto.
- 2) Determinare la trasformazione canonica tale che

$$Q = e^{-q}.$$

- 3) Usare la trasformazione canonica precedente per risolvere le equazioni del moto.
- 4) Si consideri un gas a temperatura costante di N particelle identiche non interagenti tra loro con hamiltoniana di singola particella data da (1). Calcolare la funzione di partizione canonica.
- 5) Calcolare l'energia interna U del gas.