

I Esonero di Meccanica Analitica e Statistica: 22-2-2007

E. Scoppola, A. Gaudillièrè

Esercizio

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π é costituito da un anello sottile, rigido, omogeneo di massa M , raggio $r = 1$ e centro C e da un punto P di massa m . L'anello è vincolato a rotolare senza strisciare al di sotto di una retta orizzontale x del piano Π e il punto P è vincolato senza attrito a scorrere sull'anello. Una molla ideale di costante $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla collega il punto P ad un punto fisso O della retta orizzontale x .

Si considerino come variabili lagrangiane l'angolo θ che CP forma con l'asse orizzontale e la coordinata x del punto C .

- 1) Scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni del moto.
- 2) Trovare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità nel caso in cui $\lambda := \frac{mg}{K} = 3$ (*facoltativo*: discuterne la stabilità al variare del parametro λ).
- 3) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile del sistema nel caso $\lambda = 3$.
- 4) Nel caso in cui l'anello è bloccato a $x = 0$, determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.