

Scritto di Meccanica Analitica e Statistica: 3-4-2007

E. Scoppola, A. Gaudillière

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano orizzontale Π è costituito da due aste rigide omogenee identiche A_1B_1 e A_2B_2 di massa m e lunghezza l . Gli estremi A di entrambe le aste sono vincolati a scorrere senza attrito su un asse y del piano Π mentre l'estremo B_1 della prima asta è vincolato a scorrere su un asse x ortogonale a y del piano Π e l'estremo B_2 della seconda asta è vincolato a scorrere su un asse x' parallelo a x a distanza $\frac{l}{2}$ da esso (vd. disegno). Una molla di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla collega tra loro i centri delle due aste.

Si considerino come variabili lagrangiane gli angoli θ_1 e θ_2 che le aste formano con l'asse y .

- 1) Scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni del moto.
- 2) Trovare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.
- 3) Nel caso in cui la seconda asta è bloccata nella posizione $\theta_2 = 0$, determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.

Esercizio 2

Si consideri un punto materiale di massa m in un piano verticale collegato ad un punto fisso O del piano da una molla di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla.

- 1) Scrivere l'hamiltoniana del sistema e le equazioni di Hamilton.
- 2) Determinare la trasformazione canonica che corrisponde ad una traslazione di $+\frac{mg}{K}$ lungo l'asse verticale.
- 3) Usare la trasformazione canonica trovata al punto precedente per risolvere le equazioni del moto.

Si consideri un gas a temperatura costante di N particelle identiche non interagenti tra loro e ciascuna con hamiltoniana uguale a quella trovata al punto 1).

- 4) Determinare la funzione di partizione canonica.
- 5) Calcolare l'energia interna e l'entropia del gas.
- 6) Calcolare l'elongazione verticale media:

$$E_\mu \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n y_i \right)$$