

## I Esonero di Meccanica Analitica : 12-5-2008

E. Scoppola, A. Gaudillière

### Esercizio

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale  $\Pi$  é costituito da un'asta rigida omogenea  $AB$  di lunghezza  $l$  e massa  $M$  e da un punto materiale  $P$  di massa  $m$ . Il punto dell'asta a distanza  $l/3$  dall'estremo  $A$  é fissato nell'origine  $O$  di un sistema di coordinate ed il punto  $P$  é vincolato senza attrito all'asse  $x$  (vedi disegno). Due molle identiche di costante  $K$  e lunghezza a riposo nulla sono poste rispettivamente tra l'estremo  $A$  e l'asse  $x$  e tra l'estremo  $B$  e il punto  $P$ . Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata  $x$  di  $P$  e l'angolo  $\theta$  che l'asta forma con l'asse verticale.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio al variare dei parametri.
- 3) Discutere la stabilit  nel caso  $Mg = 10Kl$ .
- 4) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni intorno al punto di equilibrio stabile e scrivere l'equazione per le pulsazioni proprie.
- 5) Se il piano  $\Pi$  é posto in rotazione attorno all'asse verticale con velocit  angolare costante  $\Omega$ , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento solidale con  $\Pi$ .
- 6) Se  $\Omega = 0$  e il punto  $P$  é fissato nell'origine ( $x = 0$ ) determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.