

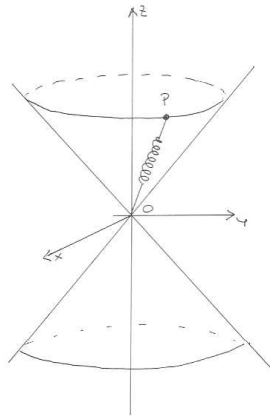
Scritto di Meccanica Analitica: 17-2-2009

E. Scoppola

Esercizio 1

Un punto materiale di massa m si muove sulla superficie di un cono di equazione $x^2 + y^2 = z^2$ con z asse verticale. Il punto è collegato all'origine O da una molla ideale di costante K e lunghezza riposo nulla.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare gli integrali primi.
- 3) Determinare la lagrangiana di Routh \mathcal{L}_R .
- 4) Discutere qualitativamente il moto generato da \mathcal{L}_R trovando i punti di equilibrio e discutendone la stabilità nel caso in cui il potenziale gravitazionale sia trascurabile.
- 5) (*facoltativo*) A quali orbite dello spazio tridimensionale corrispondono i moti periodici della lagrangiana ridotta?



Esercizio 2

Si consideri la lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{q^2}{4} \dot{q}^2 e^{q^2}$$

- 1) Scrivere l'hamiltoniana e le equazioni di Hamilton.
- 2) Determinare la trasformazione canonica tale che $Q = e^{\frac{q^2}{2}}$.
- 3) Usare la trasformazione canonica trovata al punto 2) per risolvere le equazioni del moto trovate al punto 1) con dati iniziali $q(0) = p(0) = 1$.