

**Scritto di Meccanica Analitica: 9-9-2009**

E. Scoppola, A.Gaudillière

**Esercizio**

Si consideri un'asta sottile, rigida e omogenea  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $l$  in un piano verticale  $\Pi$ . Il centro  $C$  dell'asta e' libero di muoversi su una retta verticale  $y$  di  $\Pi$  e gli estremi  $A$  e  $B$  sono collegati ad un punto fisso  $O$  della retta  $y$  da due molle identiche ideali di costante  $K$  e lunghezza a riposo nulla.

Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata  $y$  di  $C$  e l'angolo  $\theta$  che  $AB$  forma con la verticale.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare gli integrali primi.
- 3) Risolvere le equazioni del moto.

Se il piano  $\Pi$  è posto in rotazione attorno all'asse verticale  $y$  con velocità angolare costante  $\omega_0$ :

- 4) Determinare la lagrangiana nel sistema di riferimento solidale con  $\Pi$ .
- 5) Determinare i punti di equilibrio e la loro stabilità.
- 6) Determinare l'hamiltoniana corrispondente alla lagrangiana trovata al punto 1), determinarne l'equazione di Hamilton-Jacobi e risolverla.
- 7) Determinare l'hamiltoniana corrispondente alla lagrangiana trovata al punto 4) e scrivere le equazioni di Hamilton corrispondenti.

**Per la prima parte rispondere alle domande 1,2,3,4,5.**

**Per la seconda parte rispondere alle domande 1,6, 4, 7.**