

Scritto di Meccanica Analitica 15-6-2010

E. Scoppola, S.Simonella

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è costituito da due aste sottili, rigide, omogenee, AB e CD di lunghezza rispettivamente $2l$ e l e masse $2m$ e m . L'asta AB ha il centro fissato in un punto fisso O del piano Π e l'estremo B è fissato all'estremo C dell'altra asta. L'estremo D della seconda asta è vincolato ad scorrere su un asse orizzontale x passante per O . Il Punto $B \equiv C$ è collegato all'asse verticale y passante per O da una molla ideale di costante K e lunghezza a riposo nulla. Tutti i vincoli sono ideali.

Si consideri come variabile lagrangiana l'angolo θ che AB forma con l'asse orizzontale (vedi disegno).

- 1) Scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni del moto.
- 2) Trovare i punti di equilibrio al variare dei parametri in gioco e discuterne la stabilità.
- 3) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni intorno ad un punto di equilibrio stabile.
- 4) Se il piano Π viene posto in rotazione attorno all'asse y con velocità angolare costante ω , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento in rotazione.

Esercizio 2

Si consideri l'hamiltoniana:

$$H = \frac{1}{2}(p-1)^2 + \frac{1}{2}\left(q+p-\frac{1}{2}\right)^2 \quad (1)$$

- 1) Scrivere le equazioni del moto.
- 2) Determinare la trasformazione canonica generata dal flusso hamiltoniano a tempo $t = 1$ con hamiltoniana $K_0(P, Q) = \frac{P^2}{2} + Q$
- 3) Usare la trasformazione canonica precedente per risolvere le equazioni del moto trovate al punto 1) con dati iniziali $p(0) = 1, q(0) = 0$.