

## Scritto di Meccanica Analitica 15-6-2010

E. Scoppola, S.Simonella

### Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale  $\Pi$  è costituito da due aste sottili, rigide, omogenee,  $AB$  e  $CD$  di lunghezza rispettivamente  $2l$  e  $l$  e masse  $2m$  e  $m$ . L'asta  $AB$  ha il centro fissato in un punto fisso  $O$  del piano  $\Pi$  e l'estremo  $B$  è fissato all'estremo  $C$  dell'altra asta. L'estremo  $D$  della seconda asta è vincolato ad scorrere su un asse orizzontale  $x$  passante per  $O$ . Il Punto  $B \equiv C$  è collegato all'asse verticale  $y$  passante per  $O$  da una molla ideale di costante  $K$  e lunghezza a riposo nulla. Tutti i vincoli sono ideali.

Si consideri come variabile lagrangiana l'angolo  $\theta$  che  $AB$  forma con l'asse orizzontale (vedi disegno).

- 1) Scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni del moto.
- 2) Trovare i punti di equilibrio al variare dei parametri in gioco e discuterne la stabilità.
- 3) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni intorno ad un punto di equilibrio stabile.
- 4) Se il piano  $\Pi$  viene posto in rotazione attorno all'asse  $y$  con velocità angolare costante  $\omega$ , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento in rotazione.

### Esercizio 2

Si consideri l'hamiltoniana:

$$H = \frac{1}{2}(p-1)^2 + \frac{1}{2}\left(q+p-\frac{1}{2}\right)^2 \quad (1)$$

- 1) Scrivere le equazioni del moto.
- 2) Determinare la trasformazione canonica generata dal flusso hamiltoniano a tempo  $t = 1$  con hamiltoniana  $K_0(P, Q) = \frac{P^2}{2} + Q$
- 3) Usare la trasformazione canonica precedente per risolvere le equazioni del moto trovate al punto 1) con dati iniziali  $p(0) = 1, q(0) = 0$ .