

I Esonero di Meccanica Analitica: 28-4-2010

E.Scoppola, S.Simonella

Esercizio

Un punto materiale P di massa $M = 3m$ é posto su un biciclo ideale cosí formato: due dischi materiali identici, sottili, rigidi, omogenei, di massa m , raggio R e centri C_1 e C_2 posti nel piano verticale Π , rotolano senza strisciare su una guida orizzontale x del piano; i loro centri sono connessi da una molla ideale di costante K e lunghezza a riposo nulla. Due aste identiche AB e CD , rigide, sottili, omogenee di lunghezza $2R$ e massa m hanno gli estremi B e C incernierati tra loro e gli altri estremi A e D incernierati rispettivamente ai centri C_1 e C_2 dei due dischi. Il punto P é fissato in $B = C$.

Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata x del punto P e l'angolo $\theta \in [0, 2\pi)$ che AB forma con l'asse x . Si consideri il ciclo sopra descritto ideale nel senso che i vincoli sono ideali e i dischi e le aste possono sovrapporsi e scavalcarsi senza urti.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare le costanti del moto.
- 3) Individuare una variabile ciclica e determinare la lagrangiana di Routh relativa.
- 4) Determinare i punti di equilibrio per la lagrangiana ridotta e studiarne la stabilit  al variare dei parametri in gioco.
- 5) Studiare le piccole oscillazioni intorno ad una posizione di equilibrio stabile e calcolarne le pulsazioni proprie.
- 6) Determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.