

## Compito d'esame di Meccanica Razionale: 13-7-99

E. Scoppola, R. Raimondi

### Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico:

$$\dot{x} = 4x^2 + 3y^2 - 1$$

$$\dot{y} = -8xy$$

- Dimostrare che la quantità  $H(x, y) = (4x^2 + y^2 - 1)y$  é una costante del moto.
- Determinare i punti di equilibrio del sistema e studiarne la stabilità.
- Studiare qualitativamente il sistema e disegnare le curve di livello di  $H(x, y)$ .
- Determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.

### Esercizio 2

Un sistema a due gradi di libertà è descritto dalla hamiltoniana seguente:

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2mx_1^2} + \frac{1}{2}Kx_1^2 + mgx_1 \sin(x_2)$$

Utilizzando la trasformazione di punto

$$x_2 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \quad x_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

trovare una trasormazione canonica che rende la hamiltoniana a variabili separate e risolvere le equazioni del moto con il metodo di Hamilton-Jacobi.