

Esercizio 1 (I modulo)

Un sistema meccanico pesante appartenente a un piano verticale π é costituito da un'asta omogenea A, B di lunghezza l e massa M e da un punto materiale P di massa m . L'estremo A dell'asta é fisso in un punto O del piano π ed il punto P é vincolato a rimanere sulla retta verticale per O . L'estremo B dell'asta é collegato al punto P tramite una molla ideale di lunghezza a riposo nulla e costante $K > 0$. Tutti i vincoli sono ideali. Si considerino come variabili lagrangiane l'angolo θ che l'asta forma con la verticale e la coordinata y del punto P (Vd figura).

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilitá al variare del parametro $\lambda = \frac{(Mg/2)+mg}{Kl}$.
- 3) Se il piano π viene posto in rotazione attorno all'asse y con velocitá angolare costante $\Omega = \sqrt{\frac{6K}{M}}$, determinare la lagrangiana, le configurazioni di equilibrio e la loro stabilitá in questo caso.

Esercizio 2 (II modulo)

Si consideri l'hamiltoniana

$$H(q, p) = \frac{q}{2} \sin(4p)$$

- 1) Si scrivino le equazioni di Hamilton.
- 2) Determinare per quali valori dei parametri a e b la trasformazione:

$$Q = q^a \cos(2p)$$

$$P = q^{\frac{1}{2}} \sin(bp)$$

é canonica e calcolarne una funzione generatrice.

- 3) Usare questo cambiamento di coordinate per integrare le equazioni del moto.