

Compito d'esame di Meccanica Razionale: 20-2-2001
E. Scoppola, R. Raimondi

Esercizio

Un sistema meccanico, posto in un piano orizzontale, è costituito da due punti materiali P_1 e P_2 di massa m_1 e m_2 , con $m_1 < m_2$, vincolati a muoversi su una guida circolare di massa trascurabile di raggio r e centro C , in modo che i loro raggi vettori, riferiti a C , formano un angolo pari a π . Il centro C della guida è a sua volta vincolato a muoversi su una circonferenza di raggio r e centro in un punto fisso O . I punti P_1 ed O sono collegati tra di loro da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Tutti i vincoli sono ideali. Si considerino come variabili lagrangiane gli angoli θ e ϕ che rispettivamente OC e CP_1 formano con l'asse x .

- 1) Scrivere la funzione di Lagrange e le equazioni del moto.
- 2) Individuare gli integrali primi.
- 3) Individuare una variabile ciclica e, utilizzando il metodo di Routh, scrivere la Lagrangiana del sistema ridotto ed analizzarne qualitativamente il moto.
- 4) Calcolare la funzione di Hamilton.
- 5) Data la trasformazione di punto $\psi = \theta - \phi$, $\chi = \theta + \phi$, completarla in modo da ottenere una trasformazione canonica e determinare la nuova hamiltoniana.
- 6) Scrivere l'equazione di Hamilton-Jacobi per l'hamiltoniana trovata al punto 5) e risolverla in termini di integrali definiti.

Per il I modulo rispondere alle domande 1,2,3.

Per il II modulo rispondere alle domande 1,4,5,6.