

Compito d'esame di Meccanica Razionale: 28-9-99
E. Scoppola, R. Raimondi

Esercizio 1

Un disco omogeneo di massa m e raggio r rotola senza strisciare su una guida parabolica posta in un piano verticale in modo che le coordinate x e y del centro C del disco sono legate dalla relazione $y = -ax^2$, con $a > 0$. Il centro C e l'origine O degli assi coordinati sono collegati tramite una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Si consideri x come coordinata lagrangiana.

- a) Determinare la lagrangiana e le equazioni del moto.
- b) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità al variare dei parametri in gioco.
- c) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni intorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinarne la frequenza.
- d) Al variare dei parametri in gioco, determinare a quali dati iniziali fa seguito un moto periodico.

Esercizio 2

Il moto di una particella in un piano è descritto dalla Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + h\dot{y}x.$$

- a) Calcolare la funzione di Hamilton.
- b) Scrivere e risolvere l'equazione di Hamilton-Jacobi.
- c) Trovare l'equazione dell'orbita (facoltativo).