

Scritto Meccanica Analitica 14-4-2014

E. Scoppola

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è costituito da un disco omogeneo di massa M e raggio R e da un'asta rigida sottile omogenea AB di massa m e lunghezza $l > R$. Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare al di sotto di una retta orizzontale x del piano Π e l'asta ha l'estremo A vincolato senza attrito al centro C del disco e l'estremo B vincolato a scorrere senza attrito su di una retta verticale y del piano Π . Il punto C è collegato all'asse y da una molla ideale di costante $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. La molla lavora sempre in posizione orizzontale. Si consideri come variabile lagrangiana l'angolo θ che AB forma con l'asse x .

- 1) Scrivere la lagrangiana del sistema e l'equazione del moto.
- 2) Trovare i punti di equilibrio, discutendone la stabilità, al variare dei parametri.
- 3) Studiare l'approssimazione delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile del sistema e calcolarne il periodo.
- 4) Determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico nel caso $mg > 2Kl$.
- 5) (*facoltativo*) Se il piano Π è posto in rotazione attorno all'asse y con velocità angolare costante ω , calcolare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento in moto.