

Scritto di Meccanica Analitica del 15-7-2014

E. Scoppola

Esercizio 1

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è formato da un punto materiale P di massa m e da un'asta sottile rigida omogenea AB di lunghezza L e massa M . Il punto P è vincolato a muoversi lungo l'asta, Il baricentro G dell'asta è libero di scorrere su un asse verticale y di Π ed un punto F dell'asta, posto a distanza $l \ll L$ da G , è libero di scorrere su un asse orizzontale x . (Vedi disegno)

Il punto P è collegato al centro G dell'asta da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata s di P lungo l'asta a partire da G e l'angolo θ che GF forma con l'asse orizzontale x .

- 1) Scrivere la lagrangiana.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinarne le pulsazioni.
- 4) Se il punto P è fissato in G , cioè con l'ulteriore vincolo $s = 0$, determinare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.

Scritto di Meccanica Analitica del 15-7-2014

E. Scoppola

Esercizio 2

Per $y > 0$ si consideri il sistema dinamico

$$\dot{x} = -x^2y - \frac{1}{y}, \quad \dot{y} = xy^2 \quad (1)$$

- 1) Verificare che il sistema è hamiltoniano e determinarne l'hamiltoniana.
- 2) Determinare la trasformazione canonica generata dalla funzione generatrice di II specie $F(X, y) = X \log y$.
- 3) Usare la trasformazione trovata al punto 2) per risolvere le equazioni del moto con dati iniziali $x(0) = 1, y(0) = 1$
- 4) Integrare le equazioni, con gli stessi dati iniziali, usando il metodo di Hamilton-Jacobi.