

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE, A.A. 2002/03

FACSIMILE DEL SECONDO ESONERO- SOLUZIONI

Esercizio 1

$$1) 2x + 2,$$

$$2) \frac{(3x^2)}{2\sqrt{x^3 - 1}},$$

$$3) \frac{2x^3 - 3x^2 - 3}{(x - 1)^2}$$

$$4) 2x(\operatorname{sen} x) + x^2(\operatorname{cos} x),$$

$$5) \frac{-\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}},$$

$$6) \frac{2x}{(\operatorname{cos}(x^2 + 3))^2},$$

$$7) \frac{e^x(\operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x)}{(\operatorname{sen} x)^2},$$

$$8) \frac{x}{x^2 - 1},$$

$$9) \frac{1}{2\sqrt{x} + 2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)^2},$$

$$10) \frac{1 + e^x}{x + e^x}.$$

Esercizio 2

$$1) \frac{x^3}{3} - \frac{3x^4}{4} + c,$$

$$2) -\operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x + c,$$

$$3) \frac{e^{3x}}{3},$$

$$4) \frac{(\ln x)^2}{2} + c,$$

$$5) -\cos(e^x) + c,$$

$$6) \frac{(\tan x)^4}{4} + c,$$

$$7) 2e^{\sqrt{x}} + c,$$

$$8) \ln(4 + e^x) + c,$$

$$9) \frac{\ln(x^2 + 2x + 56)}{2} + c.$$

Esercizio 3

$$1) \frac{8}{3},$$

$$2) 1,$$

$$3) 1,$$

Esercizio 4

$$\infty$$

Esercizio 5 La derivata si annulla per $x = \frac{1}{2}$. Si ha $f(-2) = e^4, f(2) = e^2, f(\frac{1}{2}) = e^{-\frac{1}{2}}$. Dunque $\min = f(\frac{1}{2}) = e^{-\frac{1}{2}}$ e $\max = f(-2) = e^4$.

Esercizio 6 Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{x+1},$$

- (1) $Dom f = \{x \neq -1\}$,
- (2) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = 0$,
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f}{x} = \infty$, per cui ci sono un asintoto orizzontale sinistro e due asintoti verticali per $x = -1$, senza asintoti obliqui
- (3) $f' = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$ e dunque si ha decrescenza per $x < 0$ e crescita per $x > 0$
- (4) $f'' = \frac{(x^2+1)e^x}{(x+1)^3}$ per cui la concavità è verso il basso per $x < -1$ e verso l'alto per $x > -1$
- (5) si ha un minimo relativo non assoluto in $x = 0$; non ci sono flessi.