

AC10 - Analisi Complessa

Scritto A
14 Gennaio 2011

COGNOME e NOME e numero matricola:

Problema 1:

Problema 2:

Problema 3:

Problema 4:

Problema 5:

Problema 1. Si fissi $\rho \in \mathbb{R}_{>0}$; si consideri il disco chiuso $D := \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq \rho\}$ e sia $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = \rho\}$. Si dimostri o si confuti il seguente enunciato.

Sia f una funzione olomorfa in D , e mai nulla al suo interno. Allora esiste $z_0 \in C$ dove f assume valore minimo in D (ossia per ogni $z \in D$ si abbia $|f(z)| \geq |f(z_0)|$).

Problema 2. Si dimostrino il teorema di Cauchy, e la formula integrale di Cauchy, come conseguenza del teorema dei residui.

Problema 3. Si dimostri che gli zeri del polinomio $z^7 - 5z^3 + 12$ sono tutti contenuti nell'aperto $\{z : |1 < |z| < 2\}$.

Problema 4. Si calcoli il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi} \frac{dt}{\cos t + \sqrt{5}}$$

Problema 5. Sia f una funzione intera e n un numero intero positivo. Si dimostri che esiste una funzione intera g tale che $g^n = f$ se e soltanto se gli zeri di f hanno ordine divisibile per n .