

AC10 - Analisi Complessa

Scritto C
14 Giugno 2011

COGNOME e NOME e numero matricola:

Problema 1:

Problema 2:

Problema 3:

Problema 4:

Problema 5:

Problema 6:

Problema 1. Determinare tutti i numeri complessi z tali che i^z assume solo valori puramente immaginari.

Problema 2. Vero o falso (giustificare la risposta):

(1) Una trasformazione lineare fratta è intera.

(2) Per ogni tre numeri complessi distinti c_0, c_1, c_2 esiste una trasformazione lineare fratta S tale che $S(c_0) = 0$, $S(c_1) = 1$ e $S(c_2) = 2$.

- (3) Se due trasformazioni lineari fratte S e T sono tali che $S(0) = T(0)$, $S(1) = T(1)$ e $S(2) = T(2)$, allora $S = T$.

Problema 3. Si dia una caratterizzazione esplicita delle funzioni olomorfe f tali che se $x, y \in \mathbb{Q}$ allora $f(x + iy) \in \mathbb{Q}$ (detto altrimenti: $f(\mathbb{Q}^2) \subset \mathbb{Q}$).

Problema 4. Trovare il numero di zeri della funzione $z^4 + 6z + 3$ nella regione $\Omega = \{z : 1 < |z| < 2\}$.

Problema 5. Calcolare l'integrale seguente:

$$\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{\cos\theta + 2}$$

Problema 6. Dimostrare che

$$\prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{2}.$$