

1. ESERCITAZIONE DEL CORSO AC310 DEL 23 SETTEMBRE 2010

**A) Esercizi svolti in classe**

1. Determinare la parte reale e la parte immaginaria di

$$z^4, \quad \frac{1}{z}, \quad \frac{z-1}{z+1}$$

2. Verificare che

$$\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3 = 1$$

3. Verificare che  $\mathbb{C}$  é isomorfo al quoziente dell'anello dei polinomi  $\mathbb{R}[x]$  rispetto all'ideale generato da  $x^2 + 1$

4. Dimostrare che

$$\left|\frac{a-b}{1-\bar{a}b}\right| = 1$$

se  $|a| = 1$  o  $|b| = 1$ .

5. Dimostrare che

$$\left|\frac{a-b}{1-\bar{a}b}\right| < 1$$

se  $|a| < 1$  e  $|b| < 1$ .

6. (Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz) Siano  $a_1, \dots, a_n$  e  $b_1, \dots, b_n$ , numeri complessi. Allora

$$\left|\sum_{i=1}^n a_i b_i\right|^2 \leq \sum_{i=1}^n |a_i|^2 \sum_{i=1}^n |b_i|^2$$

**B) Esercizi assegnati**

1. Determinare  $(1+i)^n + (1-i)^n$

2. Determinare la parte reale e la parte immaginaria di

$$z^5, \quad \frac{1}{z^2}$$

2. Verificare che

$$\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^3 = 1 \quad \left(\frac{\pm 1 \pm i\sqrt{3}}{2}\right)^6 = 1$$

per ogni scelta dei segni.