

1. ESERCITAZIONE DEL CORSO AC310 DEL 30 SETTEMBRE 2010

A) Esercizi svolti in classe

1) Sia

$$u(x, y) = e^{-x}(x \sin x - y \cos x)$$

a) Verificare che $u(x, y)$ è armonica

b) Determinare una funzione armonica $v(x, y)$ coniugata di $u(x, y)$

2) Siano $a_1 = \rho_1(\cos(\theta_1) + i \sin(\theta_1))$ e $a_2 = \rho_2(\cos(\theta_2) + i \sin(\theta_2))$ due numeri complessi in forma polare. Determinare la forma polare di

a) $a_1 a_2$.

b) a_1^n .

3) Determinare la forma polare delle radici n -esime dell'unità. Come conseguenza dato un numero complesso a determinare tutte le radici n -esime complesse di a (in forma polare)

B) Esercizi assegnati

1) Siano $a_1 = \rho_1(\cos(\theta_1) + i \sin(\theta_1))$ e $a_2 = \rho_2(\cos(\theta_2) + i \sin(\theta_2))$ due numeri complessi in forma polare. Determinare la forma polare di $\frac{a_1}{a_2}$.

2) Dimostrare le seguenti identità :

a) $\cos(5\theta) = 16 \cos^5(\theta) - 20 \cos^3(\theta) + 5 \cos(\theta)$

b) $\frac{\sin(5\theta)}{\sin(\theta)} = 16 \cos^4(\theta) - 12 \cos^2(\theta) + 1, \theta \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.