Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2009/2010
Ge110, Geometria 2: Algebra Lineare
Prof.ssa L. Caporaso
Tutorato 2 - 8 Marzo 2010
Matteo Acclavio, Luca Dell'Anna
www.matematica3.com

1. Determinare, se esistono e quante sono, le soluzioni dei seguenti sistemi di equazioni lineari a gradini con parametri a coefficenti in $K = \mathbb{R}, \mathbb{Q}, \mathbb{F}_2$ e dei loro sistemi omogenei associati al variare dei parametri t, k in K nelle incognite w, x, y, z

(a) $\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ y + 4z = 4 \\ 3z = 5 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x + 3y + 2z + 2w = 1 \\ y + 4z + w = 4 \\ 3z + 8w = 5 \\ w = 3 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ y + z = 4 \\ 5z = 2 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x + y + z = 7 \\ y + z = 2 \\ z = t \end{cases}$

(e) $\begin{cases} tx + y + tz = 3 \\ y + tz = 2 \\ 3z = 1 \end{cases}$

(f) $\begin{cases} x + ky + z = 6 \\ y + kz = 2 \end{cases}$

(g) $\begin{cases} w + x + y + z = 3 \\ 9kw + 7y + 5z = 2 \\ 4ky + 2z = 1 \end{cases}$

(h) $\begin{cases} w + x + y + z = 7 \\ 9kw + 7y + 5z = 2 \\ 4y + 2z = t \end{cases}$

2. Si consideri il sistema a coefficenti in K campo

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots & \vdots \\ \vdots & & & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

Dimostrare che ammette soluzione $x_{n-i} = \sum_{k=0}^{i} a_{n-k} \ \forall\ i = 0, \dots, n-1$.

3. Calcolare esplicitamente per quali valori $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ la matrice $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ è ortogonale
(Sugg.: calcolare il generico prodotto $A \cdot {}^t A$ poi...)