Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2009/2010
Ge110, Geometria 2: Algebra Lineare
Prof.ssa L. Caporaso
Tutorato 3 - 15 Marzo 2010
Matteo Acclavio, Luca Dell'Anna
www.matematica3.com

1. Determinare, se esistono, tutte le soluzioni dei seguenti sistemi di equazioni lineari a coefficenti in $\mathbb{Q}$ nelle indeterminate x, y, z, w, usando il metodo Gauss-Jordan:

   (a) $\begin{cases} 3x - y + z = 2 \\ x - 2y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 1 \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} x - 2y + 3z + 4w = \frac{1}{2} \\ y - 2z = \frac{3}{4} \\ x - z + 4w = 2 \end{cases}$

   (c) $\begin{cases} 2x + 2y + 4z = 3 \\ x - 2y = 1 \\ -2y + 3z = 2 \end{cases}$

   (d) $\begin{cases} y + 3z = 1 \\ 7x + 2y + 4z = 1 \\ 5x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$

   (e) $\begin{cases} x - y = 2 \\ y - z = 2 \\ z = 3 \end{cases}$

   (f) $\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 2x + 3y = 1 \\ -x + 2z = 0 \end{cases}$

2. Stabilire se i seguenti insiemi di vettori generano l'intero spazio $\mathbb{R}^3$, se sono linearmente dipendenti o indipendenti e se ne costituiscono una base. Se sono dipendenti, scrivere uno di questi come combinazione lineare degli altri. Se possibile, trovare una combinazione lineare che dia come risultato $(1, 1, 1)$.

   (a) $v_1 = (1, 1, 2)$, $v_2 = (1, -2, 1)$, $v_3 = (0, 1, 0)$
   (b) $v_1 = (0, 5, 3)$, $v_2 = (3, 2, 1)$, $v_3 = (\frac{3}{2}, 2, \frac{3}{2})$
   (c) $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (-1, -2, -2)$, $v_3 = (1, 2, 1)$, $v_4 = (0, 2, 2)$
   (d) $v_1 = (2, 3, 0)$, $v_2 = (0, 1, -2)$
   (e) $v_1 = (2, 3, 2)$, $v_2 = (3, 1, 2)$, $(2, -4, 0)$

3. Trovare le dimensioni di U, W, $U + W$, $U \cap W$ e una base per ognuno di essi:

   (a) $U = \langle (1, 0, 1), (1, -2, 2), (1, 2, 0) \rangle \qquad W = \langle (1, 1, 1), (0, -1, 1), (1, 2, 0) \rangle$
   (b) $U = \langle (0, 1, 1), (0, 0, -1), (1, 1, -1) \rangle \qquad W = \langle (3, 0, 3), (1, -1, 1), (0, -2, 0) \rangle$
   (c) $U = \langle (1, 1, 0, 1), (1, 0, 1, 1), (0, 1, -1, 0) \rangle \qquad W = \langle (3, -1, 0, 0), (0, 0, 1, -1), (1, 1, 1, 1) \rangle$
   (d) $U = \langle (1, 1, 0, 0), (0, 0, 2, 1), (2, 2, -2, -1) \rangle \qquad W = \langle (2, 3, 2, 4), (1, 3, 1, 2), (1, 3, 1, 1) \rangle$