Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2009/2010
Ge110, Geometria 2: Algebra Lineare
Prof.ssa L. Caporaso
Tutorato 4 - 22 Marzo 2010
Matteo Acclavio, Luca Dell'Anna
www.matematica3.com

1. Determinare una base dei seguenti sottospazi U di $V = \mathbb{R}^n$, trovare W t.c. $U + W = V$ e $U \cap W = (0)$:

   (a) $U = \langle (6,3,6), (2,2,3), (0,-1,-1) \rangle$
   (b) $U = \langle (1,1,-2), (1,-1,2), (0,2,-4) \rangle$
   (c) $U = \langle (-2,0,-2,-3), (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}), (2,1,2,3), (2,3,2,3) \rangle$
   (d) $U = \langle (1,0,0,1), (0,1,1,0), (-1,0,-1,0), (1,1,0,0) \rangle$
   (e) $U = \langle (1,0,0,1,0), (2,0,1,1,0), (1,0,0,-1,0), (1,0,1,1,0) \rangle$

2. Sia V uno spazio vettoriale e siano $v_1, v_2, \dots v_n \in V$ tali che $v_i \neq 0 \ \forall i$. Mostrare che $\langle v_1, v_2, \dots v_n \rangle = \langle v_1 \rangle \oplus \langle v_2 \rangle \oplus \cdots \oplus \langle v_n \rangle \Leftrightarrow v_1, v_2, \dots v_n$ sono linearmente indipendenti.

3. Determinare dai seguenti insiemi di vettori, un sottoinsieme di vettori linearmente indipendenti e usarli per creare una base di $\mathbb{Q}^n$ al variare di $a \in \mathbb{Q}$

   (a) $v_1 = (a, -a), v_2 = (a, a)$
   (b) $v_1 = (1,3,2), v_2 = (1,2,2), v_3 = (0,a,0)$
   (c) $v_1 = (2,1,2,1), v_2(1,0,1,0), v_3 = (0,1,0,1), v_4 = (1,,2,a,1)$
   (d) $v_1 = (1,0,0,2), v_2(1,0,1,0), v_3 = (3,a,0,2), v_4 = (2,a,a,4)$
   (e) $v_1 = (2,1,0,3), v_2 = (1,1,2,0), v_3 = (2,0,-4,6), v_4 = (1,0,1,0)$, $v_5 = (0,1,1,0)$
   (f) $v_1 = (1,0,0,1), v_2 = (1,0,a,a), v_3 = (0,0,1,0), v_4 = (0,a,0,a)$, $v_5 = (0,2,1,-1)$

4. Determinare, se esistono, tutte le soluzioni dei seguenti sistemi di equazioni lineari a ceofficenti in $\mathbb{R}$, usando il metodo Gauss-Jordan:

   (a) $\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + 4z = 4 \\ x + 3y + 2z = 1 \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + y + 3z = 4 \\ y - 2z = 7 \end{cases}$

   (c) $\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 1 \\ 2x - y - z = 1 \\ x - y - z = 3 \end{cases}$

   (d) $\begin{cases} z = 1 \\ x - 3y + z = 4 \\ x + 3y + z = 5 \end{cases}$