

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2009/2010
Ge110, Geometria 1: Algebra Lineare
Prof.ssa L. Caporaso
Tutorato 6 - 6 Aprile 2010
Matteo Acclavio, Luca Dell'Anna
 www.matematica3.com

1. Calcolare, al variare del parametro reale k , le dimensioni di U e W , stabilire quando $U + W = \mathbb{R}^n$ e se tale somma è diretta:

(a) $U = \langle (1, -1, 0), (k-1, k, k) \rangle \quad W = \langle (0, 0, k), (1, 1, 1) \rangle$
 (b) $U = \langle (1, -1, 2), (0, 1, 1) \rangle \quad W = \langle (k, 2, k), (1, k, 1), (k, k, k) \rangle$
 (c) $U = \langle (1, 3, k, k), (k, -k, 0, 0), (0, 2, 1, k) \rangle$
 $W = \langle (1, 0, 1, -1), (1, 3, 0, k) \rangle$

2. Determinare esplicitamente tutte le soluzioni dei seguenti sistemi lineari al variare del parametro reale m :

(a)
$$\begin{cases} mx + y + mz = 0 \\ mz = 1 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} 2x + y - 4z = 1 \\ 3x - 2z = m \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} mx - mz = m \\ mx + y = m + 1 \\ y + (m-1)z = 1 - m \end{cases}$$

(e)
$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x - 3y + 2z = 3m \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} 2x + y + mz = 3 - m \\ 3x + 2my + (m-2)z = 1 - m \\ 2x + (m-1)z = 3 - m \end{cases}$$

(f)
$$\begin{cases} y + 2z = -1 \\ x + 2y = -2 \\ -x + y + 3z = m \end{cases}$$

3. Calcolare il rango e la matrice inversa (qualora possibile) delle seguenti matrici:

$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 7 & 13 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix},$

$E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 3 \\ 7 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & -4 & -6 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -3 & 1 & -2 \\ -3 & 3 & 1 & 4 & -3 \end{pmatrix},$

$H = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$

4. Siano date la matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Calcolare A^{-1} , B^{-1} , $(AB)^{-1}$, $(2BA)^{-1}$, $({}^tA)^{-1}$.