

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2009/2010**  
**Ge110, Geometria 1: Algebra Lineare**  
**Prof.ssa L. Caporaso**  
**Tutorato 8 - 3 Maggio 2010**  
**Matteo Acclavio, Luca Dell'Anna**  
www.matematica3.com

1. Si consideri lo spazio affine reale  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ .

(a) Sia  $r$  la retta di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} x + 2z + 2 = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

Determinare le equazioni parametriche di  $r$ .

(b) Sia  $s$  la retta di equazioni cartesiane

$$s : \begin{cases} y + 3 = 0 \\ z + 2 = 0 \end{cases}$$

Dire se  $r$  ed  $s$  sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso in cui risultino incidenti determinare il punto di intersezione.

(c) Determinare le equazioni cartesiane della retta  $t$  complanare con le rette  $r$  ed  $s$  e passante per il punto  $P = (1, 1, -1)$ .

(d) Determinare equazioni parametriche e cartesiane della retta  $q$  passante per il punto  $Q = (0, 1, -1)$  e parallela al vettore  $\mathbf{v} = (2, 1, 0)$ .

(e) Dire se  $t$  ed  $q$  sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso in cui risultino incidenti determinare il punto di intersezione.

2. Determinare equazioni parametriche e cartesiane delle rette di  $s, r \in \mathbb{A}^3(\mathbb{R})$  parallele a  $v$  e passanti rispettivamente per  $P$  e  $Q$ , trovare poi le equazioni dei fasci di piani che le contengono e le equazioni dei sottospazi dati dalla loro intersezione (discutere i parametri):

(a)  $P = (0, 0, 0)$      $Q = (1, 1, 1)$      $v = (1, 2, 1)$

(b)  $P = (1, 2, 1)$      $Q = (3, 2, 3)$      $v = (1, -1, 0)$

(c)  $P = (1, 1, k)$      $Q = (k, 1, 1)$      $v = (1, k, k)$

(d)  $P = (1, k, 1)$      $Q = (-1, 2, k)$      $v = (10000, 5000k, 10000)$

3. Dati  $A, B, C, D \in \mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ , determinare le equazioni del piú piccolo sottospazio affine che li contiene:

(a)  $A = (0, 0, 0)$      $B = (1, 0, 0)$      $C = (0, 1, 0)$      $D = (0, 0, 1)$

(b)  $A = (1, 1, 2)$      $B = (2, 1, 1)$      $C = (1, 0, -1)$      $D = (3, 2, 0)$

(c)  $A = (1, -1, 1)$      $B = (3, 2, 1)$      $C = (1, 1, -1)$      $D = (5, 3, 1)$

(d)  $A = (3, 1, 2)$      $B = (2, 1, -1)$      $C = (1, -2, 1)$      $D = (0, 0, 1)$

4. Siano  $r : x - y = 0$  e  $s : 2x - y + 3 = 0$  due rette del piano affine reale e  $\Phi$  il fascio di rette passante per il punto  $O(0, 0)$ . Trovare:

- (a) Equazioni parametriche della retta  $t \in \Phi$  passante per il punto  $P$  di intersezione fra  $r$  e  $s$ .
- (b) Equazioni cartesiane della retta  $u$  passante per  $Q(2, 1)$ , e parallela a  $t$  e il punto  $R = s \cap u$ .