

Corso di Topologia di base della Professoressa Caporaso

Tutorato IV del 17 – 03 – 2008

Tutore: Gabriele Nocco

<http://www.matematica3.com>

Esercizio 1

Dimostrare che uno spazio quoziente di uno spazio X é uno spazio T_1 se e solo se ogni classe di equivalenza é un sottoinsieme chiuso di X

Esercizio 2

I seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^n , $n > 1$, non sono compatti:

1. $\mathbf{D}^n \setminus \{0\}$
2. $\mathbf{S}^n \setminus \{(1, 0, \dots, 0)\}$
3. $\{x \in \mathbb{R}^n \mid x_n = 0\}$
4. $\text{Int}(\mathbf{I}^n)$

Esercizio 3

Siano $a < b$ numeri reali. Dimostrare che $X = [a, b] \cap \mathbb{Q}$ non é compatto trovandone un ricoprimento aperto che non possiede un sottoricoprimento finito.

Esercizio 4

Dimostrare che ognuno dei seguenti spazi topologici per $n > 0$:

1. \mathbf{I}^n
2. \mathbf{S}^{n-1}
3. Δ^n
4. \mathbf{D}^n

non é omeomorfo ad alcuno dei seguenti per $n > 0$:

1. \mathbb{R}^n
2. $\mathbb{R}^n \setminus \mathbf{I}^n$
3. $\mathbb{R}^n \setminus \Delta^n$

4. $\mathbb{R}^n \setminus \mathbf{S}^{n-1}$

5. $Int(\mathbf{I}^n)$

6. $Int(\Delta^n)$

Esercizio 4

Provare a dare quattro esempi di applicazioni tra due spazi, da uno compatto a uno non compatto, tale che non siano rispettivamente iniettiva, suriettiva, continua e con inversa continua.