

## Tutorato 7

### 1. Esercizio

Dire qualche dei seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^2$  sono sconnessi.

(a)  $A = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x, 0) : x \neq 0\}$

(b)  $B = P \setminus \{(0, y) : y \text{ irrazionale}\}$ , dove  $P = \{(x, y) : -1 \leq x, y \leq 1\}$

(c)  $C = B_1(1, 0) \cup B_1(-1, 0)$

(d)  $D = \overline{C}$

(e)  $E = C \cup \{(0, 0)\}$

### 2. Esercizio

Dimostrare che  $\mathbb{R}$  non é omeomorfo a  $\mathbb{R}^n$  per nessun  $n \geq 2$ .

### 3. Esercizio

Dimostrare che l'unione delle circonferenze in  $\mathbb{R}^2$  di raggio razionale e centro 0 con la topologia indotta é uno spazio sconnesso.

### 4. Esercizio

Dimostrare che  $\mathbb{R}$  con la topologia  $j_d$  é sconnesso.

### 5. Esercizio

Dimostrare che uno spazio  $X$  é contraibile se e solo se l'applicazione  $1_X$  é omotopa a un'applicazione costante di  $X$  in se stesso.

### 6. Esercizio

Dimostrare che un qualsiasi sottospazio convesso di  $\mathbb{R}^n$  é contraibile.

### Esercizio

Dimostrare che  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  é omotopicamente equivalente a  $S^1$ .