

Tutorato 7

1. Esercizio

Dire qualche dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^2 sono sconnessi.

(a) $A = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x, 0) : x \neq 0\}$

(b) $B = P \setminus \{(0, y) : y \text{ irrazionale}\}$, dove $P = \{(x, y) : -1 \leq x, y \leq 1\}$

(c) $C = B_1(1, 0) \cup B_1(-1, 0)$

(d) $D = \overline{C}$

(e) $E = C \cup \{(0, 0)\}$

2. Esercizio

Dimostrare che \mathbb{R} non é omeomorfo a \mathbb{R}^n per nessun $n \geq 2$.

3. Esercizio

Dimostrare che l'unione delle circonferenze in \mathbb{R}^2 di raggio razionale e centro 0 con la topologia indotta é uno spazio sconnesso.

4. Esercizio

Dimostrare che \mathbb{R} con la topologia j_d é sconnesso.

5. Esercizio

Dimostrare che uno spazio X é contraibile se e solo se l'applicazione 1_X é omotopa a un'applicazione costante di X in se stesso.

6. Esercizio

Dimostrare che un qualsiasi sottospazio convesso di \mathbb{R}^n é contraibile.

Esercizio

Dimostrare che $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ é omotopicamente equivalente a S^1 .