

TEORIA DEI GRAFI - GE460 2018/2019

LEZIONI

(1) **24/9/2018**

Definizione di grafo $G = (V, E)$. Sottografi G_F , $G - F$ con $F \subset E$.
Sottografi $G[U]$, $G - U$ con $U \subset V$.
Grafo completo K^n .
Grado di un vertice. Vertici di grado dispari.
Grado minimo, $\delta(G)$, medio $d(G)$, e massimo $\Delta(G)$.
Invariante $\epsilon(G)$ e sua relazione con $\delta(G)$.
Definizione di cammino $P = v_0v_1 \dots v_m$.

(2) **26/9/2018**

Definizione di unione, intersezione di grafi: $G \cup G'$, $G \cap G'$, $G * G'$.
Caratterizzazioni di grafi connessi. Componenti connesse di un grafo.
Esistenza di vertici non separanti per grafi connessi.
Definizione di ciclo $C^{m+1} = v_0v_1 \dots v_mv_0$.
Camminate, camminate chiuse. Camminate Euleriane. Esempi.
• *Se un grafo ammette una camminata Euleriana ha tutti i vertici di grado pari.*

(3) **2/10/2018**

Teorema (di Eulero) di caratterizzazione dei grafi Euleriani (dimostrazione e commenti).
Cinta $g(G)$ e circonferenza $Circ(G)$ di un grafo.
Distanza tra due vertici e diametro di un grafo.
Relazione tra circonferenza e grado minimo.
Relazione tra cinta e diametro.
•• *Esercizi: Capitolo 1 n. 2,5,6,9,10*

(4) **4/10/2018**

Raggio di un grafo e vertici centrale. Stima del numero di vertici di un grafo in termini di raggio e grado massimo.
Grafici k -connessi e k -connessi per lati.
Definizione di connettività, $\kappa(G)$, e di connettività per lati, $\lambda(G)$.
 $\kappa(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$.
Esempi.

(5) **10/10/2018**

Alberi. Caratterizzazione di alberi.
Ogni grafo connesso contiene un albero generante.
Numero di lati e vertici di un albero.
Alberi radicati e alberi radicati normali in grafi.
•• *Esercizi: Capitolo 1 n. 11,15,18,20.*

(6) 11/10/2018

Esistenza di alberi radicati normali in grafi connessi.
 Dimostrazione formale e descrizione della procedura “Depth-first search”.
 Grafi multipartiti.
 Un grafo è bipartito se e solo se non contiene cicli dispari.
Esercizio: In un grafo connesso bipartito la bipartizione è unica.

(7) 17/10/2018

Contrazioni di lati.
 Minori di grafi e contrazioni.
 Minori topologici. Minori e minori topologici.
 ●● *Esercizi: Capitolo 1 n. 21, 23, 25, 26.*

(8) 18/10/2018

Spazio dei lati $\mathcal{E}(G)$.
 Spazio dei cicli, $\mathcal{C}(G)$. Caratterizzazione degli elementi di $\mathcal{C}(G)$.
 Numero cicломatico. Esempi.
 Spazio dei tagli, $\mathcal{C}^*(G)$. Generatori dello spazio dei tagli.
 Prodotto scalare su $\mathcal{E}(G)$.

(9) 24/10/2018

Lo spazio dei cicli è lo spazio ortogonale dello spazio di tagli.
 Formula per il numero cicломatico di un grafo connesso
 Matrice di incidenza e spazio dei cicli.
 ●● *Esercizi: Capitolo 1 n. 24, 29. Capitolo 2 n. 3, 4.*

(10) 25/10/2018

Matrice di incidenza, matrice di adiacenza, e loro relazione.
 Definizione di k -fattori.
 Condizioni necessarie per l'esistenza di 1-fattori.
 Teorema del matrimonio.

(11) 31/10/2018

Esistenza di 1-fattori in grafi qualsiasi.
 Teorema di Tutte (dimostrazione).
 ●● *Esercizi: Capitolo 2 n. 11, 12.*

(12) 14/11/2018

Cammini alternanti e teorema di König.
 Esistenza di 2-fattori in grafi k -regolari con k pari e positivo.

(13) 15/11/2018

Il teorema del matrimonio come conseguenza del teorema di König.
 Esistenza di 1-fattori in grafi cubici
 Grafi orientati e multigrafi.
 Teorema di Gallai-Milgram (enunciato).
 Teorema di Dilworth.

- (14) **21/11/2018**
Dimostrazione del teorema di Teorema di Gallai-Milgram.
Caratterizzazione di grafi 2-connessi.
- (15) **22/11/2018**
Teorema di struttura dei grafi 2-connessi.
Studio della 3-connessione.
- (16) **28/11/2018**
Teorema di struttura dei grafi 3-connessi.
Teorema di Menger.
Dimostrazione del teorema del matrimonio come conseguenza del teorema di Tutte sugli 1-fattori.
●● *Esercizi: Capitolo 3 n. 9, 10, 11*
- (17) **29/11/2018**
Conseguenze del teorema di Menger e teorema di Menger globale.
Grafo linea di un grafo.
- (18) **6/12/2018**
Proprietà del grafo linea di un grafo.
Teorema di Menger per la connessione per lati.
- (19) **10/12/2018**
Grafici piani. Definizioni e proprietà di base.
- (20) **12/12/2018**
Grafici piani 2-connessi.
Formula di Eulero per grafi connessi.
Definizione di grafo piano massimale e di triangolazione piana.
Per un grafo piano $|E| \leq 3|V| - 6$
- (21) **13/12/2018**
Connessione di grafi piani massimale.
Ogni grafo piano massimale è una triangolazione.
Un grafo piano non contiene né K^5 né $K_{3,3}$ come minore topologico.
- (22) **18 /12/2018**
Seminario 1: Disegni di grafi planari (M. Schiavo).
Seminario 2: Teorema dei 5 colori (D. Bertotto).
Seminario 3: Stime sul numero cromatico (E. Sammarco)
- (23) **17 /1/2019**
Seminario 4: Teorema di Kuratowski (Grossi)
Seminario 5: Criteri algebrici di planarità (Angelini)

(24) **17 /1/2019**

Seminario 6: Teorema di Tutte su Spazi di cicli di grafi 3- connessi
(Mommi)

Seminario 7: Teorema di Mader (Bartolomeo)

Seminario 8: Alberi disgiunti per lati (Cinque)

Seminario 9: Cammini tra coppie di vertici (Quadraccia)

Seminario 10: Dualità piana (Lelli)