

Tutorato 4 CP 110

Mirko Moscatelli, Andrea Gullotto

Giovedì 31 Marzo 2011

Esercizio 1.

La probabilità che una persona ospite di un ristorante sia soddisfatta del pasto è $p \in (0, 1)$. Si intervistano n persone a caso fuori dal ristorante. Sia Y la variabile casuale che indica il numero di persone soddisfatte tra le n intervistate. Calcolare la $P(Y = m)$ per $0 \leq m \leq n$.

Esercizio 2.

Sia n il tuo numero preferito compreso tra 1 e 10. Un dado equo a 10 facce viene lanciato fintanto che non esce la faccia n . Sia X la variabile aleatoria che conta il numero di lanci. Calcolare $P(X = k)$.

Esercizio 3.

Delle seguenti variabili aleatorie determinare distribuzione, media e varianza.

1. Si lancino due dadi equi ciascuno dei quali ha due facce 1, due facce 2 e due facce 3. X =somma dei punteggi ottenuti.
2. Si lancino due dadi equi a 6 facce. Detti x_1 e x_2 i risultati dei 2 lanci, $X = |x_1 - x_2|$ e $Y = \min\{x_1, x_2\}$.

Esercizio 4.

Un'urna contiene 112 dadi a sei facce di cui 56 equi e 56 truccati. Nei dadi truccati la faccia 1 esce con probabilità $1/2$ e le altre facce con probabilità $1/10$. Si estrae a caso un dado, se X è la variabile aleatoria che indica il risultato del lancio, calcolare $P(X = 3)$, $P(X = 1)$ e $P(X = 5)$. Se il dado estratto viene lanciato due volte e indico con X_i il risultato del lancio i -esimo per $i \in 1, 2$, calcolare la probabilità che il dado sia truccato sapendo che $X_1 = 2$ e $X_2 = 3$.

Esercizio 5.

Un calcolatore è collegato ad una rete che permette l'accesso ad un massimo di 20 persone. Collegati a questa rete vi sono i terminali di 24 operatori, ognuno dei quali, ad un dato istante, richiede con $p = 0.6$ di essere connesso al calcolatore centrale. Qual è la probabilità che ad un determinato istante la rete sia satura (cioè tutti e 20 gli accessi siano utilizzati)?

Esercizio 6.

In una moneta tarata la probabilità che esca testa è p . Supponendo che i lanci siano indipendenti, calcolare le probabilità dei seguenti eventi:

- $A = \{\text{escono 5 teste nei primi 9 lanci}\}$
- $B = \{\text{dopo 7 lanci esce testa per la prima volta}\}$
- $C = \{\text{la quinta testa esce al dodicesimo lancio}\}$
- $D = \{\text{nei primi 8 lanci tante teste quante nei seguenti 5}\}$

Esercizio 7.

Sia X una variabile casuale con media $E[X] = \mu \in R$ e tale che $E[X^2] < \infty$. Mostrare che:

1. $Var[X] = E[X^2] - (\mu)^2$
2. $\min_{a \in R} E[(X - a)^2] = Var[X]$

Inoltre dare un esempio di:

- Una variabile casuale con media nulla e varianza positiva.
- Una variabile casuale Y tale che $E[Y] = 2$ e $Var[Y] = 0$.