Tutorato 6 CP 110

Mirko Moscatelli, Andrea Gullotto

Giovedì 21 Aprile 2011

Esercizio 1.

Determinare la costante C, se esiste, affinché le seguenti funzioni siano densità di probabilità:

- $f_X(x) = x(C - x^2)\chi_{\{x\in[0,2]\}}$
- $f_X(x) = Cx^n e^{-x}\chi_{\{x\in[0,+\infty]\}}$
- $f_X(x) = Csinx\chi_{\{x\in[-\pi,\pi]\}}$

Esercizio 2.

Arrivi alla fermata dell'autobus alle 10. Sapendo che l'istante di arrivo dell'autobus è uniformemente distribuito tra le 10 e le 10:30:

1. Qual è la probabilità che tu debba aspettare più di 10 minuti.
2. Se l'autobus non è ancora passato alle 10:15, qual è la probabilità di dover aspettare almeno altri 10 minuti?

Esercizio 3.

Alla stazione Termini ogni 15 min dalle 7:00 parte un treno per Bologna e ogni 15 min dalle 7:05 ne parte uno per Napoli. Se arrivo a Termini in un istante uniformemente distribuito tra le 7:00 e le 8:00 e prendo il primo treno che parte tra i suddetti, calcolare la probabilità di andare a Bologna.

Esercizio 4.

Sia $Y \sim U(0, 5)$. Calcolare la probabilità che siano reali le radici dell'equazione:

$$4x^2 + 4xY + Y + 2 = 0$$

Esercizio 5.

Una formica passeggia in una stanza di dimensioni 5×4×3 (dove 3 è l'altezza). Se la si guarda in un istante a caso, qual è la probabilità che la formica sia sul soffitto? E sulle pareti? Se una mosca vola nella stessa stanza qual è la probabilità che voli ad almeno un metro di distanza dalle pareti?

Esercizio 6.

Sia X una variabile aleatoria esponenziale di parametro λ e sia $c > 0$. Dimostrare che cX è esponenziale di parametro $\frac{\lambda}{c}$.

Esercizio 7.

Il tempo di vita in ore di un'apparecchiatura elettronica è una variabile aleatoria la cui densità è data da:

$$f(x) = xe^{-x}\chi_{\{x\geq 0\}}$$

Calcolare il valore atteso del tempo di vita dell'apparecchiatura.

Esercizio 8.

La densità di X è data da:

$$f(x) = \begin{cases} a + bx^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & altrimenti \end{cases}$$

Se $E(X) = \frac{3}{5}$, determinare i valori di a e b.

Esercizio 9.

Siano U_1 e U_2 variabili casuali indipendenti uniformemente distribuite in [0,1] e siano:

$$X = min\{U_1, U_2\}$$

$$Y = max\{U_1, U_2\}$$

Trovare:

- Le densità $f_X(x)$ e $f_Y(y)$ delle variabili X e Y.
- La densità e la media della variabile casuale

$$W = \frac{1}{Y^2}$$